RESISTANCE, FIABILITE ET LONGEVITE DE PLASTIQUES RENFORCES COMME MATERIAUX DE STRUCTURE NAVALE

Guy Pluvinage[1], Vladimir Sapunov[2]

[1)] *Laboratoire de Fiabilité Mécanique, Ecole Nationale des Ingénieurs de Metz (ENIM), Université Paul Verlaine, Ile du Saulcy, 57045 Metz, France.*
[2)] *Chaire de Physique de Résistance, Institut d'Ingénieurs Physiciens de Moscou, 31, Kachirskoe chosse, 115409 Moscou, Russie.*

Reçu le 21/01/2007 et accepté le 26/06/2007

ملخص

المواد اللدنة الموطّدة متباينة الخواص. يمكن استعمال نظرية المرونة الخاصة بهذه الأجسام في تطبيقات المواد المركبة والمنضدة فقط في الحساب الأولي، ويرجع ذلك لاختلاف المقاومة في الشد والضغط. عدم التناظر مأخوذ بعين الاعتبار في فرضية تساوي طاقات الانكسار في كلتا الحالتين. الخواص الميكانيكية للمواد المركبة تظهر تشتت كبير بحيث يجب استعمال قانون توزيع هذه الخواص. مشكلة حساب احتمال الحياة تدرس من خلال عامل أمان غوس (Gauss). تهدف هذه الدراسة إلى إنشاء طريقة معممة لحساب مقاومة الانكسار والأمان وحياة المواد المركبة المنضدة المصنوعة من قماش الزجاج والموجهة للاستعمالات البحرية.

الكلمات المفتاحية: *منضد قماش الزجاج؛ تشتت الخصائص الميكانيكية؛ احتمال الانكسار؛ الأمان؛ مدة الحياة.*

Résumé

Les plastiques renforcés sont des matériaux anisotropes, mais la théorie de l'élasticité pour des corps anisotropes avec application aux composites stratifiés peut s'utiliser seulement dans une première approche. Le fait est que les composites résistent différemment à la traction et la compression. Cette dissymétrie est prise en compte dans l'hypothèse d'égalité des énergies de rupture en traction et compression. Les caractéristiques mécaniques du composite présentent une grande dispersion. C'est pourquoi, on définit ici une loi de la distribution des ces caractéristiques. Le problème de la détermination de la probabilité de survie se résoud assez simplement par le facteur de sécurité de Gauss. La solution est étendue pour l'élément en composite soumis à un état de contraintes triaxial. On propose l'estimation de la sécurité des composites compte tenu du facteur de temps. Le but du travail est la construction d'une approche générale permettant de prendre en considération les particularités de la résistance à la rupture, la fiabilité et la longévité des stratifiés à base de tissus de verre utilisés à la construction navale avec l'examen de certaines particularités du comportement.

Mots clés : *stratifié à base de tissus de verre; dispersion de caractéristiques mécaniques; probabilité de rupture; fiabilité; longévité*

Abstract

The reinforced plastics are anisotropic materials, but the theory of elasticity for anisotropic bodies with application to the laminated composites one can use only in one first approach. The fact is that the composites resist differently in tension and compression. This dissymmetry is taking into account by assumption of equality of energies of rupture in tension and compression. The mechanical characteristics of the composite present a great scatter. This is why; one defines in this paper a distribution law for these characteristics. The problem of the determination of the probability of survival is solved rather simply by the Gauss safety factor. The solution is extended for the element in composite subjected to a triaxial stress state. One proposes the estimate of the safety of the composites taking into account the time. The aim of work is the construction of a general approach making it possible to take into account the characteristics of the breaking strength, the reliability and the longevity of the laminates containing glass fibers used with the shipbuilding with the examination of certain characteristics of the stress strain behavior.

Keywords: *glass clothes composite; scatter of mechanical properties; failure probability; reliability; lifetime.*

Auteur correspondant: pluvina@univ-metz.fr (Guy Pluvinage)

1. INTRODUCTION

Les composites polymériques sont fabriqués à partir de matières se distinguant particulièrement par la rigidité: des agents de renforcement et des liants. En qualité de liants, on utilise des résines synthétiques diverses et en qualité d'agents de renforcement, on fait appel aux fibres de carbone et aux fibres de verre. Actuellement, on utilise largement les plastiques renforcés par tissus de verre (stratifiés à base de tissus de verre). Dans ce qui suit, l'analyse considère particulièrement, les tissus de verre tissés, et en qualité de liants les résiners polyesters à durcissement à froid. À la différence des plastiques renforcés par fibre de carbone (ou de verre), les stratifiés à base de tissus de verre tissés, en perdant en résistance dans la direction de chaîne pour 20-30%, sont plus solides pour 15-35% dans toutes les autres directions en raison d'une cohésion plus importante des fibres dans les tissus. En plus, les plastiques renforcés aux tissus de verre sont plus économiques que, par exemple, les plastiques renforcés par fibre de carbone, ce qui conduit à une supériorité économique.

A la différence de métaux, les plastiques renforcés sont des matériaux anisotropes: leurs caractéristiques élastiques et les caractéristiques de résistance (nécessaires pour les calculs de constructions), dépendent beaucoup du mode de fabrication du composite (de l'orientation des fibres ou des tissus, du contenu du liant et du remplissage etc.). Si, par exemple, dans le plastique renforcé par tissus de verre les couches de renforcement sont orientées les unes par rapport aux autres d'un angle multiple de $\pi/2$ (tissus multiaxiaux), on trouvera une anisotropie transverse des propriétés mécaniques (pour les modules d'élasticité et les limites de résistance) et le stratifié à base de tissu de verre sera orthotrope. Si nous avons une orientation arbitraire des couches renforçantes, le composite est anisotrope d'un point de vue général. Ensuite, nous considérerons les composites orthotropes.

Pour le calcul des structures en composites, il convient de considérer les propriétés comme celles d'un matériau homogène avec des propriétés mécaniques anisotropes. Une telle considération est admissible, puisque les dimensions des structures sont supérieures aux dimensions de l'unité structurale (par exemple, le pas des fibres de renforcement). Dans ce cas pour l'étude de l'état de contrainte et de déformation des structures, on peut recouvrir aux résultats connus de la théorie de l'élasticité des corps anisotropes. L'approche indiquée ne signifie pas l'ignorance de la structure réelle du matériau puisque dans ce cas, les propriétés du matériau se retrouvent dans les propriétés de ses composants. En conséquence, on peut calculer les efforts et les déformations locales pour les agents de renforcements et pour le liant selon les efforts et les déformations subis par le matériau considéré comme quasi homogène.

Pour des charges modérées, le fluage des composites est linéaire (viscoélasticité linéaire) avec le temps. On peut le décrire simplement dans le cadre de la théorie de l'élasticité héréditaire pour laquelle les équations principales de la théorie de l'élasticité gardent leurs formes, mais les constantes élastiques sont remplacées par des opérateurs élastiques (selon le principe de Volterra). Dans ce cas n'importe quel problème statique d''élasticité héréditaire se résout comme le problème correspondant en élasticité classique (avec intégration selon les coordonnées). Ensuite, on effectue le remplacement dans le résultat définitif, des constantes élastiques par les opérateurs élastiques avec intégration par rapport au temps compte tenu des conditions initiales.

Parmi les modèles mathématiques de viscoélasticité linéaire, la préférence porte souvent sur la fonction exponentielle avec exposant fractionnaire $Э_{\alpha}$ (ou $Э_{r}$) de Rabotnov. Certaines propriétés de cette fonction pour la description de la viscoélasticité linéaire des composites sont données dans [1].

Le but de ce travail est l'examen de certaines particularités du comportement des composites polymériques (la dissymétrie en traction et compression, l'interaction des contraintes normales et tangentielles, la nécessité de prendre en compte le caractère aléatoire des grandeurs σ, R, etc.) et la construction d'une approche générale permettant de prendre en considération les particularités de la résistance à la rupture selon les directions, la fiabilité et la longévité des stratifiés à base de tissus de verre utilisés à la construction navale.

2. DISSYMETRIE EN TRACTION ET COMPRESSION DES STRATIFIES A BASE DE TISSUS DE VERRE

Nous notons que les relations de la théorie de l'élasticité pour des corps anisotropes avec application aux composites stratifiés ont besoin généralement de corrections que l'on peut utiliser seulement dans une première approche. Le fait est que les composites, présentent une anisotropie en déformation élastique et résistent différemment à la traction et la compression. Cette dissymétrie en traction et compression concerne à la fois les résistances à la rupture ($R^{+} \neq R^{-}$) et les modules d'élasticité ($E^{+} \neq E^{-}$). Ici R et E définissent les résistances ultimes et les modules élastiques sécants et les signes "+" et "–" concernent la traction et la compression [2].

L'hypothèse d'égalité des énergies de rupture en traction et compression introduit le concept de modules de dissymétrie $\chi = R^{+}/R^{-}$ et $\xi = E^{+}/E^{-}$. Pour un matériau fragile [2] ces modules sont liés par la relation :

$$\chi = R^{+}/R^{-} = \sqrt{E^{+}/E^{-}} = \sqrt{\xi} \qquad (1)$$

La relation (1) définit la liaison entre la caractéristique de rigidité élastique E et la caractéristique de résistance à la rupture R d'un matériau fragile, ce qui est ignoré en mécanique des milieux continus traditionnelle. Nous notons qu'une telle liaison existe en mécanique de rupture. La formule fondamentale de Griffith peut être présentée sous la forme $R^{+} = \lambda\sqrt{E^{+}}$, $\lambda = \sqrt{2\Gamma/(\pi l)}$, où l est la demi longueur de fissure, Γ est la densité d'énergie surfacique de rupture. L'analogie formelle entre cette formule et la relation (1) permet d'obtenir :

$$R^{+} = \kappa\sqrt{E^{+}}\ ,\ \kappa = R^{-}/\sqrt{E^{-}} \qquad (2)$$

Les données expérimentales obtenues sur des stratifiés à base de tissus de verre (données expérimentales de l'usine Soudokompozite, Feodossiya, Ukraine), utilisés dans la construction navale confirment la formule (2) avec un niveau de confiance de 95% pour les moyennes avec un coefficient de la corrélation $\kappa = 0{,}72$.

La dissymétrie en traction et compression des plastiques renforcés avec des tissus de verre mesurée en flexion circulaire sur une barre, permet d'obtenir la résistance limite $R^{\cap}$ et le module de l'élasticité $E^{\cap}$ sous la forme suivante [2]:

$$R^{\cap} = 2R^{+}/(1+\chi) = \overline{m}\,R^{+},$$
$$E^{\cap} = 4E^{+}/(1+\chi)^{2} \qquad (3)$$

Le coefficient $\overline{m}$ indique l'augmentation de la valeur calculée du moment fléchissant par rapport à la valeur donnée du moment résistant de la section. L'étude expérimentale du comportement des poutres de section droite rectangulaire fabriquées en plastiques renforcés avec des tissus de verre de différents types conduit à l'intervalle de valeurs suivant $\overline{m} = (1{,}2 - 1{,}3)$.

3. HETEROGENEITE DE LA STRUCTURE DES COMPOSITES ET CARACTERE ALEATOIRE DE LEURS CARACTERISTIQUES MECANIQUES

Une particularité spécifique importante des composites est l'hétérogénéité de leurs structures. En conséquence, les caractéristiques mécaniques du composite présentent une très grande dispersion des valeurs des caractéristiques mécaniques en comparaison avec celle des métaux. La mesure de la dispersion des valeurs, par exemple, celle de la résistance ultime R se caractérise plus correctement et plus facilement par le coefficient de variation $c_{V,R}$ [3] :

$$c_{V,R} = s_R / \overline{R} \quad (c_{V,R} = 100 s_R / \overline{R} \text{ en } \%) \tag{4}$$

Dans cette relation, $\overline{R}$ est la moyenne de la résistance ultime ; s_R est l'écart type qui est corrigé rationnellement pour de petites séries d'échantillons et qui est calculé selon la formule connue en statistique:

$$s_R^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(R_i - \overline{R}\right)^2 / \left(\overline{n} - 1\right) \tag{5}$$

où $\overline{n}$ est le nombre d'échantillons dans chaque série d'essais.

En statistique, l'ensemble étudié est considéré homogène si $c_{V,x} <$ 1/3 (la règle du contrôle de qualité). En mécanique à partir d'expériences correctes, le coefficient de variation reflète aussi l'état d'une technologie de fabrication des matériaux de structure. L'analyse de la littérature sur ce sujet permet d'affirmer que pour les composites utilisés pour des pièces de sécurité (en aéronautique et construction spatiale) $c_{V,R} < <$ 0,15 ; pour les éléments non essentiels pour la sécurité $c_{V,R}$ = 0,2-0,3 ; pour les composites à fibre de verre et les stratifiés à base de tissus de verre utilisés pour la fabrication de bateaux $c_{V,R} <$ 0,3.

Dans ce cas, il est intéressant d'appliquer un modèle mathématique d'optimisation des caractéristiques mécaniques du composite en fonction des paramètres technologiques du processus de fabrication [4]. Ce modèle est construit dans le cadre de la théorie classique des équations aux dimensions et il permet de prendre en compte l'influence de facteurs technologiques (jusqu'à 14 paramètres) sur la fonction de qualité (la résistance à la rupture ou la rigidité) d'un composite stratifié et de faire les études expérimentales sur les échantillons qui ont des dimensions plus petites que la structure. Les modèles mathématiques de ce type peuvent être utilisés dans le but :

- de déterminer l'évolution d'une caractéristique de résistance (de rigidité) du composite en fonction d'une technologie de fabrication donnée ;
- d'obtenir une valeur requise de la caractéristique choisie par modification des paramètres technologiques correspondants ;
- d'orienter les propriétés d'un nouveau composite, par exemple, au moyen de l'introduction d'autres paramètres technologiques ;
- d'estimer statistiquement l'influence de n'importe quel paramètre du processus de fabrication du composite dans le but de simplifier la technologie et ce sans conséquence sur la valeur de la caractéristique examinée.

L'étude détaillée de la dispersion des valeurs de la résistance ultime obtenues sur des éprouvettes ($\overline{n} = 200$) fabriquées en stratifiés polyesters à base de tissus de verre en compression selon le sens du tissu donne une valeur moyenne de la résistance ultime $\overline{R} = 182\,\text{MPa}$ et un coefficient de variation $c_{V,R}$ = 15,2%. La valeur assez basse du coefficient de variation $c_{V,R}$ est obtenue par un choix rationnel de certains paramètres de la technologie de fabrication du composite, en particulier, par changement de la viscosité de la résine polyester insaturé et du temps de polymérisation.

Conformément aux recommandations [3] pour la description de la distribution de la résistance ultime de stratifié polyester à base de tissus de verre, on choisit la loi à deux paramétres de Weibull :

$$p(R) = cmR^{m-1}\exp\left(-cR^m\right) \tag{6}$$

où c, m sont les paramètres de la loi. Les difficultés principales d'utilisation de la loi de Weibull sont données par la relation liant le paramètre de la distribution m au coefficient de variation $c_{V,R}$:

$$c_{V,R} = \sqrt{\frac{\Gamma(1+2/m)}{\Gamma^2(1+1/m)-1}}, \tag{6'}$$

où $\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1}e^{-t}\,dt$ est la fonction gamma d'Euler. Il est en effet nécessaire de faire les calculs selon cette formule avec une grande exactitude. On réussit à contourner la difficulté mentionnée en remplaçant cette formule pour $m > 1$ par l'approximation empirique [3] :

$$m = c_{V,R}^{-1,09} \tag{7}$$

Le deuxième paramètre c de la loi de Weibull est défini selon la formule statistique connue:

$$\overline{R} = c^{-1/m}\Gamma(1+1/m) \tag{8}$$

4. LES CRITERES DE RUPTURE DES PLASTIQUES ARMES

On dénombre dans la littérature plus d'une trentaine de critères de rupture pour les matériaux fragiles en particulier anisotropes. Pour les composites, le choix des critères de rupture est assez difficile puisque, comme il a déjà été remarqué, ces matériaux ont certaines particularités tels que l'anisotropie des propriétés mécaniques, la différence de comportement en traction et compression, l'hétérogénéité de la structure, l'interaction entre contraintes normales et tangentielles, la compressibilité volumique etc. En outre, nous rappelons la nécessité de prendre en compte le caractère aléatoire des grandeurs σ et R.

L'application du concept d'endommagement [5] permet d'affirmer que le potentiel linéaire élastique ou densité d'énergie de déformation W peut servir en qualité de mesure de la criticité de l'état de contrainte et de déformation. Dans le cas particulier d'un matériau isotrope résistant également en traction et compression, ce concept est transformé grâce au très ancien critère d'équivalence de Beltrami :

$$\begin{aligned}\sigma_e^2 &= \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 \\ &\quad - k_\sigma\left(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1\right)\end{aligned} \tag{9}$$

où k_σ est un paramètre du matériau qui représente physiquement les interactions entre contraintes principales (c'est l'effet Poisson) ; σ_e est la contrainte équivalente qui permet le passage de l'état de contraintes triaxial ($\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ avec pour précision $\sigma_1,\ \sigma_2 > 0,\ \ \sigma_3 < 0$) à l'état unaxial. Dans le cas de déformation élastique, la valeur $0{,}5\,k_\sigma$ est égale au coefficient de Poisson et dans le cas du matériau parfaitement plastique le paramètre $k_\sigma = 1$.

La définition correcte la densité d'énergie de déformation W pour un matériau linéaire élastique avec dissymétrie en traction et compression est un problème compliqué, mais l'utilisation du concept d'endommagement permet d'écrire le potentiel cherché W pour l'état de contraintes triaxial analysé sous la forme suivante [2,5]:

$$W = 0{,}5\sigma_e^2 / E^+ = 0{,}5\,[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \chi^2\sigma_3^2 - k_\sigma(\sigma_1\sigma_2 + \chi\sigma_2\sigma_3 + \chi\sigma_3\sigma_1)]\ / E^+ \quad (10)$$

En conséquence, la contrainte équivalente pour l'état de contraintes étudié s'écrit $[2,5]$:

$$\left(\frac{\sigma_e}{R^+}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_1}{R^+}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{R^+}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_3}{R^-}\right)^2 - k_\sigma\left(\frac{\sigma_1}{R^+}\cdot\frac{\sigma_2}{R^+} + \frac{\sigma_2}{R^+}\cdot\frac{\sigma_3}{R^-} + \frac{\sigma_3}{R^-}\cdot\frac{\sigma_1}{R^+}\right) \quad (11)$$

où $k_\sigma = 2\sqrt{\mu^+\mu^-}$.

Des constructions analogues pour un matériau orthotrope avec dissymétrie en traction et compression permettent d'écrire pour l'état de contraintes triaxial, la contrainte équivalente normalisée σ_e^* sous la forme $[6]$:

$$\sigma_e^{*2} = \sigma_1^{*2} + \sigma_2^{*2} + \sigma_3^{*2} - k_\sigma\left(\sigma_1^*\sigma_2^* + \sigma_2^*\sigma_3^* + \sigma_3^*\sigma_1^*\right) \quad (12)$$

En intégrant les scissions de l'état de contraintes, nous obtenons un critère similaire à (12), mais avec deux termes supplémentaires $\Delta_{\tau\tau}$ et $\Delta_{\sigma\tau}$ $[6]$:

$$\sigma_e^{*2} = \sigma_{xx}^{*2} + \sigma_{yy}^{*2} + \sigma_{zz}^{*2} - k_\sigma\left(\sigma_{xx}^*\sigma_{yy}^* + \sigma_{yy}^*\sigma_{zz}^* + \sigma_{zz}^*\sigma_{xx}^*\right) + \Delta_{\tau\tau} + \Delta_{\sigma\tau} \quad (13)$$

où

$$\Delta_{\tau\tau} = \sigma_{xy}^{*2} + \sigma_{yz}^{*2} + \sigma_{zx}^{*2} - k_\tau\left(\sigma_{xy}^*\sigma_{yz}^* + \sigma_{yz}^*\sigma_{zx}^* + \sigma_{zx}^*\sigma_{xy}^*\right)$$

et $\Delta_{\sigma\tau} = k_{\sigma\tau}\left(\sigma_{xx}^*\sigma_{xy}^* + \ldots + \sigma_{zz}^*\sigma_{zx}^*\right)$

(14)

Dans les relations (12) - (14), $\sigma_{ij}^* = \sigma_{ij} / \overline{R}_{ij}$ sont les composantes normalisées du tenseur des contraintes (i, j = x, y, z) où $\overline{R}_{ij}$ représentent les valeurs moyennes des résistances correspondantes. Par exemple, si $\sigma_{xx} = \sigma_x < 0$, nous avons: $\sigma_{xx}^* = \sigma_x / \overline{R}_x^-$ etc. Ici k_σ est un paramètre du matériau qui représente physiquement les interactions entre contraintes normales (les interactions du type I) mais aussi l'hétérogénéité de structure du composite. Le paramètre k_τ caractérise l'influence mutuelle des scissions (les interactions du type II) et le paramètre $k_{\sigma\tau}$ prend en considération les interactions de contraintes normales et tangentielles (les interactions du type III). Dans la plupart des cas, on néglige les interactions de type II et III. On peut formuler le critère de l'équivalence en termes de déformations $[6]$.

La détermination expérimentale du paramètre k_σ pour des stratifiés polyesters à base de tissus de verre donne un intervalle de variation des valeurs k_σ = 0,5 - 0,8 (on donne ici les valeurs extrêmes de l'intervalle de variation du paramètre). Le traitement de courbes limites de composites est rassemblé dans une monographie $[7]$ où l'utilisation du critère d'équivalence (12) donne des résultats analogues. La dispersion importante des valeurs du paramètre k_σ est due au petit nombre d'essais ainsi que l'hétérogénéité de la population des essais analysés. Il est évident qu'avec une accumulation de données expérimentales, les valeurs du paramètre k_σ seront plus précises.

5. PROBABILITE DE RUPTURE DE PLASTIQUES ARMES

La sécurité d'un composite de limite de résistance aléatoire R est définie comme la probabilité de survie $V = 1 - P$ (P est la probabilité de rupture) ou probabilité de non rupture sous l'action d'une charge aléatoire σ pendant un temps donné.

La valeur théorique de la probabilité de rupture d'un élément en composite chargé uniaxialement de façon aléatoire est définie par la relation [8] :

$$P = \int_0^\infty f_\sigma(x) F_R(x)\, dx \qquad (15)$$

ou bien $P = 1 - \int_0^\infty f_R(x) F_\sigma(x)\, dx$ (15')

Ici f_σ et f_R sont les densités de probabilité de la distribution de contrainte σ due à la charge extérieure (par rapport à l'élément) et de la résistance ultime $R > 0$; F_R, F_σ sont les intégrales des fonctions correspondantes des distributions $F'(x) = f(x)$.

En cas de distribution normale des valeurs σ, R, ce problème se résoud assez simplement par le facteur de sécurité γ de Gauss qui est lié à la probabilité de rupture P au moyen de l'intégrale du Laplace-Gauss

$$P(\gamma) = 0{,}5 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\gamma \exp\left(-0{,}5x^2\right) dx$$

La solution dans ce cas se présente sous la forme suivante [8] :

$$n = \frac{1 + \gamma\sqrt{c_{V,R}^2 + c_{V,\sigma}^2 - \gamma^2 c_{V,R}^2\ c_{V,\sigma}^2}}{1 - \gamma^2 c_{V,R}^2} \qquad (16)$$

ou sa variante simplifiée :

$$n = 1 + \gamma\sqrt{c_{V,R}^2 + c_{V,\sigma}^2}$$

$$\Rightarrow \gamma = (n-1) / \sqrt{c_{V,R}^2 + c_{V,\sigma}^2} \qquad (17)$$

où $n = \overline{R} / \overline{\sigma}$ est le coefficient de résistance ; $c_{V,R}$ et $c_{V,\sigma}$ sont les coefficients de variation (ou variabilité) des distributions de la résistance à la rupture et de la charge extérieure.

Si la densité de la probabilité de la distribution de résistance à la rupture change et suit la loi de Weibull, mais la densité de la probabilité de la distribution de charge est toujours représentée par la loi normale, le calcul de la probabilité de rupture (15) pour différentes valeurs de n, $c_{V,R}$ et $c_{V,\sigma}$ a permis de préciser la relation (17) selon :

$$\gamma = (n-1) / \sqrt{c_{V,R}^2 + n^2 c_{V,\sigma}^2} \qquad (18)$$

Nous noterons qu'avec $c_{V,R}$ et $c_{V,\sigma}$ > 15% le résultat final coïncide pratiquement avec le cas de la distribution normale pour les valeurs de σ, R.

L'analyse du rapport (18) conduit à la conclusion que les valeurs du coefficient de sécurité γ sont limitées par l'inégalité

$$\gamma \le \sqrt{\left(1/c_{V,R}^2\right) + \left(1/c_{V,\sigma}^2\right)} \qquad (19)$$

Par exemple, si $c_{V,R}$ = 1/3 (la règle déjà mentionnée du contrôle qualité) et $c_{V,\sigma}$ = 1/2, nous avons $\gamma \le 3{,}6$. On peut trouver des valeurs $\gamma \ge 5$ assez grandes pour les composites et correspondent à une faible probabilité de rupture [6].

La formule (18) permet de fixer le coefficient de résistance en fonction du coefficient de sécurité γ :

$$n = k_{\text{sch}} k_{\text{hom}} k_{\text{cond}} \qquad (20)$$

où $k_{sch} = 1 + \sqrt{\gamma^2\left(c_{V,R}^2 + c_{V,\sigma}^2\right) - \gamma^4 c_{V,\sigma}^4}$

est le coefficient de surcharge ;

$k_{\text{hom}} = 1/\left(1 - \gamma^2 c_{V,R}^2\right)$ est le coefficient d'homogénéité ; k_{cond} est le coefficient de chargement (pris habituellement égal à $k_{\text{cond}} = 1$).

La solution du calcul de la probabilité de rupture de l'élément en composite soumis à un état de contraintes triaxial est examinée en détail dans [6]. Dans ce cas, la mesure du coefficient de sécurité γ est présentée à l'aide de la relation du type

(17) sous la forme suivante :

$$\gamma = n^{-2}(n-1)/C \tag{21}$$

Ici $n = 1/\sigma_e^*$ est le coefficient de résistance. Le paramètre C a alors la forme suivante :

$$C = \sqrt{c_{V,R}^2 + c_{V,\vartheta}^2} \cdot \sqrt{n_{xx}^{-2} N_{xx}^{-2} + \ldots + n_{zz}^{-2} N_{zz}^{-2} + n_{xy}^{-4} + \ldots + n_{zx}^{-4}} \tag{22}$$

où $n_{ij} = \overline{R}_{ij} / \sigma_{ij}$, $N_{ij} = \overline{r}_{ij} / \varepsilon_{ij}$ (*i, j=x, y, z*) sont les coefficients de résistance en contraintes et en déformations.

Pour le chargement uniaxial, on retrouve avec les relations (21) et (22) la formule simplifiée (17).

6. L'ESTIMATION DE LA SECURITE DES COMPOSITES COMPTE TENU DU FACTEUR DE TEMPS

La faiblesse des formules (17) et (18) réside dans le fait qu'elles ne prennent pas en considération le facteur de temps t.

Dans le cas général, il est supposé que la charge et la limite de résistance sont les fonctions aléatoires de temps. Avec cette variante, l'écriture correcte des fonctions correspondantes pour la description de relation « résistance – charge » est beaucoup plus complexe et les relations obtenues sont d'une faible utilisation pratique.

Si l'on admet que la charge est une grandeur aléatoire non évolutive dans le temps, on peut représenter les courbes de la résistance durable par la loi puissance de Norton $t / t_0 = \left(\overline{\sigma} / \overline{R}\right)^{-\widetilde{m}} = n^{\widetilde{m}}$. En l'absence de corrélation entre la résistance et la charge, nous aurons pour coefficient de sécurité γ_t (l'analogue de la formule (17)) [6] :

$$\gamma_t(t) = (n_t - 1)/\sqrt{c_{V,\sigma}^2 + c_{V,R}^2}\ , \qquad n_t = t_0 n^m / t \tag{23}$$

où $\widetilde{m}$ est l'exposant de la loi puissance de Norton; $n = \overline{R}/\overline{\sigma}$ est le coefficient de résistance statique; t_0 est le temps à rupture pour un essai de traction statique d'une éprouvette.

Si l'on admet en supplément que la résistance et la charge sont corrélées, on obtient la relation suivante (l'analogue de la formule (18)) :

$$\gamma_t = (n_t - 1)/\sqrt{c_{V,\sigma}^2 + n_t^2 c_{V,R}^2 - 2 s n_t c_{V,\sigma} c_{V,R}} \tag{24}$$

où s est le coefficient de corrélation entre la résistance et la charge. Des études expérimentales supplémentaires ont montré que pour les stratifiés à base de tissus de verre sa valeur est proche de s = 0,7. L'évolution du coefficient n_t avec le temps peut être représentée par une relation analogue à celle décrivant la relaxation des contraintes dans le cadre de la théorie de l'élasticité héréditaire.

La prise en compte du facteur de temps permet à partir de la mesure du coefficient de sécurité $\gamma_t(t)$ de calculer la fonction de la probabilité de rupture $P(t)$, ensuite, la fonction de fiabilité $B(t) = 1 - P(t)$ et enfin la durée moyenne avec faible probabilité de défaillance $T_0 = \int_0^\infty B(t)\, dt$.

7. APPLICATION: EXEMPLE DU CALCUL D'UNE EPROUVETTE EN POLYMERE ARME CHARGEE UNIAXIALEMENT

Nous examinons le cas d'une éprouvette de plastique polyester renforcé par tissus de verre utilisé en construction navale chargée uniaxialement par l'action d'une charge aléatoire σ. La moyenne de cette charge est 1,6 kN, l'écart type 0,3 kN. La charge limite correspondante à la limite de résistance R est aussi une grandeur aléatoire de moyenne 3 kN et d'écart type 0,5 kN.

Les calculs selon les formules présentées donnent les résultats suivants :

- Le coefficient de résistance instantanée n = 1,875 comme la mesure déterminée de la fiabilité (sans prise en compte du facteur de temps);
- Le coefficient de sécurité de Gauss γ= 2,9 comme la mesure statistique de fiabilité ;
- La probabilité de rupture P= 0,0082;
- La fiabilité correspondante B= 99,18 %.

En tenant compte du facteur de temps et des propriétés rhéologiques du composite, nous trouvons :

- La fiabilité sur un an B= 72 % ;
- La durée moyenne avec faible probabilité de défaillance T_0= 7,8 ans.

8. CONCLUSION

On propose une approche générale permettant de prendre en considération les certaines particularités du comportement des composites polymériques (la dissymétrie en traction et compression, l'interaction des contraintes normales et tangentielles, la nécessité de prendre en compte du caractère aléatoire des caractéristiques mécaniques et etc.). La réalisation d'une approche proposée a donné la possibilité d'estimer la résistance à la rupture, la fiabilité et la longévité des stratifiés à base de tissus de verre utilisés à la construction navale

REFERENCES

[1] V.A. Mankovsky, V.T. Sapunov, *Les propriétés nomographies de la fonction exponentielle avec l'exposant fractionnaire Э pour la description de la viscoélasticité linéaire*. Zavodskaya Laboratoriya, Diagnostica materialov, Vol. 66, N° 3, 2000, p. 47 – 50 (en russe).

[2] G. Pluvinage, V.T. Sapounov, *Critères de rupture de matériaux fragiles intégrant la dissymétrie en traction et compression*, Sciences & Technologie, N°19, 2003, p. 65 – 69.

[3] V.A. Mankovsky, V.T. Sapunov, I.N. Grebenthikova *Le choix de la loi de distribution des caractéristiques mécaniques de courte durée des composites,* Zavodskaya Laboratoriya, Diagnostica materialov. Vol. 65, N°4, 1999, p. 45 – 52 (en russe).

[4] V.T. Sapunov, V.A. Mankovsky, Ph. Jodin, G. Pluvinage, *L'optimisation des caractéristiques de résistance des composites en fonction des paramètres des procédés technologiques de fabrication,* Matériaux et Techniques, N°3 – 4, 1996, p. 21 – 25.

[5] V.A. Mankovsky, V.T. Sapunov, *La conception des endommagements et les critères de plasticité et de résistance pour les matériaux isotropes*, Zavodskaya Laboratoriya, Diagnostica materialov. Vol. 66, N°6, 2000, p. 40 – 45 (en russe).

[6] G. Pluvinage, V.T. Sapunov, *Résistance et conception fiabiliste de la sécurité des matériaux composites*, Revue des composites et des matériaux avancés, Vol.11, N°2, 2001, p. 149 – 160.

[7] A.A. Lebedev, etc *Les propriétés mécaniques des matériaux de structure soumis à des états de contrantes complexes*, Ed. Naoukova Doumka, Kiev, 1983 (en russe).

[8] A.R. Rjanitsin, *Théorie du calcul de la sécurité des constructions*, Ed. Stroïizdat, Moscou, 1978 (en russe).

NOMENCLATURE

$B(t)$	:	Fonction de fiabilité ;	%
$c_{V,R}$	:	Coefficient de variation ;	
c	:	Paramètre de la loi de Weibull ;	
C	:	Paramètre de résistance à un état de contraintes triaxial ;	

E, E^{+}, E^{-}	:	Modules élastiques sécants (les signes " + " et " − " concernent la traction et la compression) ;	MPa
$E^{\cap}$	:	Module de l'élasticité en flexion circulaire sur une barre ;	MPa
f_{σ} , f_{R}	:	Densités de probabilité de la distribution de contrainte et de la résistance ultime ;	
F_{R} , F_{σ}	:	Intégrales des fonctions des distributions ;	
k_{sch} , k_{hom} , k_{cond}	:	Coefficients de surcharge, d'homogénéité, de chargement;	
k_{σ} , k_{τ} , $k_{\sigma\tau}$	:	Paramètres caractérisés l'influence mutuelle des contraintes ;	
m	:	Paramètre de la loi de Weibull ;	
$\overline{m}$	:	Coefficient de l'augmentation de la valeur calculée du moment fléchissant en flexion circulaire ;	
$\widetilde{m}$	:	Exposant de la loi puissance de Norton ;	
n	:	Coefficient de résistance ;	
n_{ij} , N_{ij}	:	Coefficients de résistance en contraintes et en déformations à un état de contraintes triaxial ;	
n_{t}	:	Coefficient de résistance prennent en considération le facteur de temps ;	
$\overline{n}$	:	Nombre d'échantillons dans série d'essais ;	
P	:	Probabilité de rupture ;	
$P(\gamma)$	:	Intégrale du Laplace-Gauss ;	
$p(R)$	:	Loi de Weibull de la distribution de la résistance ultime ;	
R, R^{+}, R^{-}	:	Résistances ultimes ("+": traction et "−": compression) ;	MPa
$R^{\cap}$	:	Résistance limite en flexion circulaire sur une barre ;	MPa
$\overline{R}$	:	Moyenne de la résistance ultime ;	MPa
s	:	Coefficient de corrélation entre la résistance et la charge ;	
s_{R}	:	Écart type de la résistance ultime ;	
t	:	Temps ;	s
t_{0}	:	Temps à rupture pour un essai de traction statique;	s
$T_{0} = \int_{0}^{\infty} B(t)\,dt$	:	Probabilité de défaillance ;	an
W	:	Densité d'énergie de déformation ;	N/m^{2}
γ	:	Facteur de sécurité de Gauss ;	
γ_{t}	:	Facteur de sécurité de Gauss avec le compte du temps ;	
$\Delta_{\tau\tau}$, $\Delta_{\sigma\tau}$	:	Termes supplémentaires pour la contrainte équivalente normalisée ;	
κ	:	Coefficient de la corrélation ;	
σ_{e}	:	Contrainte équivalente ;	MPa
$\sigma_{ij}^{*} = \sigma_{ij} / \overline{R}_{ij}$	:	Composantes normalisées du tenseur des contraintes ;	
χ , ξ	:	Modules de dissymétrie.	