

## Etude théorique du comportement des tirants d'ancrage dans un sol pulvérulent

Ferial Mekki<sup>1</sup>, Mohamed Meksaouine<sup>2</sup> & Mohamed Guenfoud<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Département de Génie Civil, Université 8 Mai 45, BP 401, Guelma, 24000, Algérie.*

<sup>2</sup> *Département d'hydraulique, Université Badji Mokhtar, BP 12, Sidi Amar, Annaba, 23000, Algérie.*

*Accepté le : 28/04/2011*

### ملخص

إن أعضاء الشد عرفوا منذ عشرات السنين حيث استعملوا بنجاح في استقرار المنحدرات الصخرية. منذ الستينات اعضاء الشد تم استعمالهم في التربة السهلة باستعمال الضخ. المبدأ الأساسي يتمثل في حشد حجم معين للتربة والعقبة الأساسية في فهم هذه الآلية تتمثل في العدد الكبير للمتغيرات : مقاومة التربة ؛ مقاومة الفولاذ ؛ أبعاد الثقوب ؛ خصائص ملاط الضخ ؛ زاوية الاحتكاك والتمددية. هذا العمل يقدم نتائج دراسة نظرية لتصرف أعضاء الشد في تربة درورة المتمثل في تحديد نموذج مبني على النظرية الحركية للتحليل الأقصى في حالة معيار كولون. بعد المقارنة بين النتائج المتحصل عليها عن طريق التقريب النظري والتقريب الاختباري يستنتج أن نموذج الانقصاص المتحصل عليه حول عضو الشد قريب من الحقيقة.

**الكلمات المفتاحية :** أعضاء الشد نموذج - النظرية الحركية - التحليل الأقصى - جيوتكنيك

### Résumé

Les tirants d'ancrages sont connus depuis plusieurs dizaines d'années. En particulier, ils sont souvent appliqués avec succès pour la stabilisation des talus rocheux. Depuis les années 60, les tirants d'ancrage sont utilisés dans les terrains meubles par utilisation de l'injection. Le principe de base consiste à mobiliser un certain volume du terrain, la difficulté principale dans la compréhension d'un tel mécanisme réside dans le nombre élevé de variable : Résistance du sol, résistance de l'acier, dimensions des perforations, caractéristique du coulis d'injection, angle de frottement et dilatance. Ce travail présente les résultats de l'étude théorique du comportement des tirants d'ancrage dans un sol pulvérulent qui consiste à déterminer un modèle basé sur l'approche cinématique de la théorie de l'analyse limite, dans le cas du critère de Mohr-Coulomb. La comparaison des résultats obtenus avec l'approche théorique et l'approche empirique laisse conclure que le type de rupture du sol obtenu autour du tirant est proche de la réalité.

**Mots clés :** Tirants D'ancrage Modèle - Approche Cinématique - Analyse Limite - Géotechnique.

### Abstract

The anchors are known for several decades. In particular, they are often applied successfully for the rock slope stabilization. Since the sixties, the anchors are used in the loose grounds by the use of the injection. The basic principle consists in mobilizing a certain volume of the ground, the principal difficulty in the comprehension of such mechanism lies in the high number of variable: Resistance of the ground, resistance of steel, dimensions of the perforations, characteristic of the angle of friction and dilatancy. This work presents the results of the theoretical study of the behavior of the anchors in a pulverulent ground which consists in determining a model based on the kinematic approach of the theory of the limit analysis, in the case of the criterion of Mohr-Coulomb. The comparison between the results obtained by the theoretical approach and empirical approach lets conclude that the type of rupture of the ground obtained around the anchors is close to reality.

**Key words:** Anchors Model - Kinematics Approach - Limit Analysis - Geotechnical Engineering.

*Auteur correspondant :* [faroula2723@yahoo.fr](mailto:faroula2723@yahoo.fr)

## 1. INTRODUCTION

Les tirants d'ancrage sont des dispositifs enterrés soumis à un effort de traction, ils sont largement utilisés pour la stabilisation des talus et des structures tels que: (mur de soutènement, radiers, quais portuaires palplanches, pylônes, barrage, plateformes pétrolières, parois moulées...), ce qui explique que l'utilisation de ce dispositif est devenue incontournable. Une large panoplie de tirant d'ancrage a été développée au cours de ces dernières décennies pour répondre aux exigences rigoureuses associées à l'infrastructure civile moderne et les développements s'étaient focalisés sur:

- L'amélioration de l'interaction sol-structure tenant compte des capacités et des longueurs des tirants d'ancrage.
- La simplification des procédures d'installation.
- L'assurance d'une activité plus rapide et plus longue du tirant d'ancrage.

A travers cette étude nous nous proposons d'apporter une contribution pour la détermination de la charge limite du tirant d'ancrage sollicité en traction dans un milieu pulvérulent en fonction de :

- La densité sèche du massif du sol sollicité ainsi que son angle de frottement interne.
- La longueur de tirant.

Tirant profit d'un outil qui jusqu'ici a été peu exploité dans ce domaine; la théorie de l'analyse limite utilisant son théorème cinématique peut traiter des problèmes très complexes de l'interaction sol structure: [1, 2, 3, 4, 5, 6]

D'après l'approche empirique utilisée dans ce travail les recommandations TA 95 [7] proposent une méthode qui consiste à étudier la stabilité du soutènement vertical d'un massif constitué de volumes élémentaires de sols associés à chacun des tirants verticaux sollicités simultanément en traction. Elle considère que le volume réellement associé à un tirant vertical sollicité en traction a une forme grossièrement cylindrique terminée dans la zone de scellement par un volume conique

dont le sommet se situe à l'extrémité basse de scellement comme le montre la figure 1.



Figure 1. Forme réelle du tirant vertical d'après les recommandations TA95 [7].

Dans des sols dont le frottement gouverne principalement le comportement; le volume cylindrique est substitué par un volume conique de demi-angle au sommet " $\beta$ " ayant pour axe le tirant de hauteur total « L » comme c'est représenté sur la figure 2.

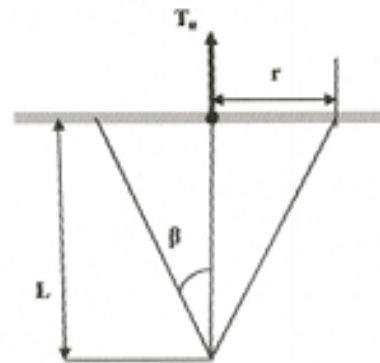


Figure 2. Volume conique du tirant vertical en sol homogène à frottement interne prédominant d'après les recommandations TA95 [7].

Avec:

$$r = L \cdot \tan(\beta) \quad (1)$$

$$T_u = \pi \cdot r^2 \cdot \gamma \cdot \frac{L}{3} \quad (2)$$

Cette observation très importante va être le prélude pour l'élaboration de nos modèles théoriques. Nous suggérons un modèle en trois dimensions avec l'utilisation du théorème cinématique de l'analyse limite. L'analyse des équations et des résultats est traitée par le logiciel MATHCAD 13 [8].

## 2. CALCUL A LA RUPTURE

Le calcul à la rupture a pour objet de cerner un domaine de charges potentiellement supportables pour une structure dont le chargement dépend d'un nombre fini de paramètres:

- La connaissance de la géométrie d'un système donné,

- La connaissance du mode de chargement qui lui est appliqué,

- La connaissance des capacités de résistance des matériaux constitutifs.

Le calcul à la rupture se fait aisément tout en notant que la condition nécessaire pour que la stabilité d'une structure soit assurée et qu'il y ait compatibilité entre les équations exprimant l'équilibre statique et les conditions imposées par les capacités de résistances. Il considère une loi de comportement idéaliste cette idéalisation nommée règle de normalité (le principe de normalité de Hill. [9])

Dans l'espace des chargements, le domaine de ces charges est convexe et contient le chargement nul. Tout chargement situé en dehors du domaine entraînera la ruine du système. Mais un chargement dans le domaine ne pourra être qualifié que de potentiellement supportable. Pour l'encadrement des bords du domaine, les deux démarches "approche par l'intérieur" et "approche par l'extérieur" sont complémentaires. La première, dite approche statique, se fait dans le sens de la sécurité. Elle consiste à exhiber un champ de contraintes statiquement admissible et à exprimer s'il satisfait au critère de rupture. Un certain nombre d'études ont été faites sur ce sujet tant pour les milieux purement cohérents [10] que pour les milieux frottants [11]. La finesse de l'approche est liée à l'intuition du chercheur et à sa capacité à réaliser le meilleur compromis entre un champ réaliste et des calculs analytiques réalisables. Les travaux précédemment cités ont fait l'objet de validation expérimentale et ces derniers ont montré qu'ils s'approchaient convenablement de la réalité.

La seconde approche est dite cinématique. Parmi d'autres, les auteurs précédents ont appliqué cette approche aux cavités des sols purement cohérents. En effet, le critère de rupture dans ce cas simplifié, critère de Coulomb [12], puisque seul intervient la cohésion et l'angle de frottement et que la majoration de la puissance dissipée est explicite quel que soit le champ de vitesse envisagé. Le calcul de la charge limite à partir du principe de normalité de Hill [9] n'est pas vrai pour les sols frottants cependant les récentes études théoriques [13,14] ont permis de conclure que la charge limite peut être obtenue en employant l'écoulement plastique en remplaçant  $c$  et  $\varphi$  par  $c^*$  et  $\varphi^*$  comme suit:

$$\tan \varphi^* = \frac{\cos \psi \sin \varphi}{1 - \sin \psi \sin \varphi} \quad (3)$$

$$C^* = \frac{\cos \psi \cos \varphi}{1 - \sin \psi \sin \varphi} \quad (4)$$

L'application du théorème cinématique de la théorie de l'analyse limite exige d'égaliser le taux de travail des forces extérieures au taux de dissipation d'énergie interne. Nous nous proposons donc de développer l'approche cinématique, et de voir dans quelle mesure elle est exploitable.

## 3. EXPOSE DE LA METHODE ET CHOIX DE LA CONFIGURATION

L'approche cinématique (borne supérieure) du calcul à la rupture est basée sur la conception de mécanisme virtuel de rupture inspiré des formes de ruptures observées sur modèles réduits. Elle permet de construire une approche par l'extérieur (c.à.d par excès) du domaine de stabilité la condition nécessaire de stabilité est obtenue pour chaque mécanisme en écrivant: la puissance  $P_{ext}$  des efforts extérieurs dans les mécanismes considérés

ne peut excéder la puissance résistante maximale  $P_{\max}^{res}$  correspondante :

$$P_{ext} \leq P_{\max}^{res} \quad (5)$$

La quantité  $P_{\max}^{res}$  est une fonctionnelle du mécanisme virtuel envisagé et elle ne dépend que du matériau.

Elle représente physiquement la puissance maximale que le massif est en mesure de développer dans le mécanisme envisagé, du fait de ses capacités de résistance.

#### 4. MECANISME DE RUPTURE SELON LE CRITERE DE MOHR COULOMB ET LES HYPOTHESES DE CALCULS

Nous développerons un mécanisme de rupture en trois dimensions en utilisant la borne supérieure de l'analyse limite pour un tirant rugueux, les hypothèses du calcul sont les suivantes:

- Sol non cohérent limité par une surface libre horizontale.

- Un tirant incliné avec une valeur de frottement sol-tirant supérieur à l'angle de frottement interne ( $\delta \geq \varphi$ ) et il est soumis à chargement statique à vitesse constante [16].

- Modèle avec un champ de vitesse cinématiquement admissible (la vitesse à l'interface sol-structure est supposée tangente au tirant d'ancrage et inclinée d'un angle de frottement  $\varphi$ ) permettant le calcul suivant le principe de la borne supérieure de l'analyse limite [16].

- Les valeurs d'angle de frottement interne ainsi que la densité sèche correspondante pour le sable d'Hostun étaient pris suivant la relation mise sous un polynôme du second degré :

$$[\varphi = -97,0424.d^2 + 368,8507.d - 304,919], \quad [17].$$

- Le calcul est effectué pour différentes longueurs du tirant.

La forme tridimensionnelle du mécanisme représenté sur la figure 4 résulte de la rotation de la forme en plan (Fig.3) autour d'un axe qui passe par le milieu du tirant. La condition d'angle  $\varphi$  telle citée par Meksaouine [4] propose un cône d'axe parallèle à la direction du vecteur vitesse  $V_0$ .

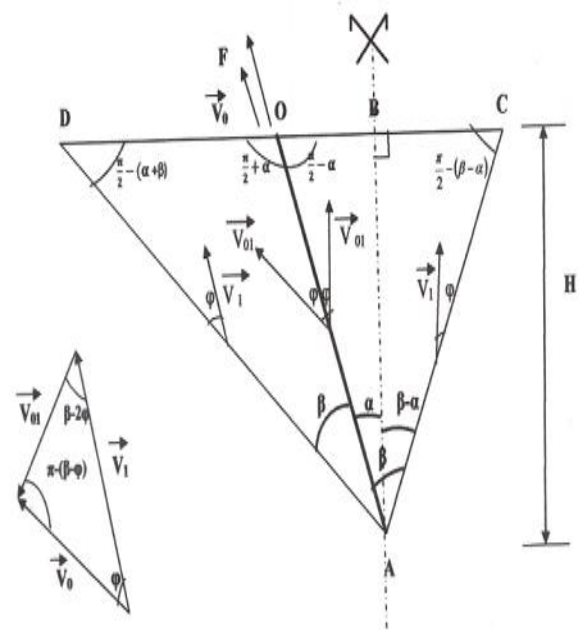


Figure 3. Mécanisme de rupture du sol environnant le tirant incliné ( $\delta \geq \varphi$ ) en plan et diagramme de vitesse associé selon Mohr- Coulomb.

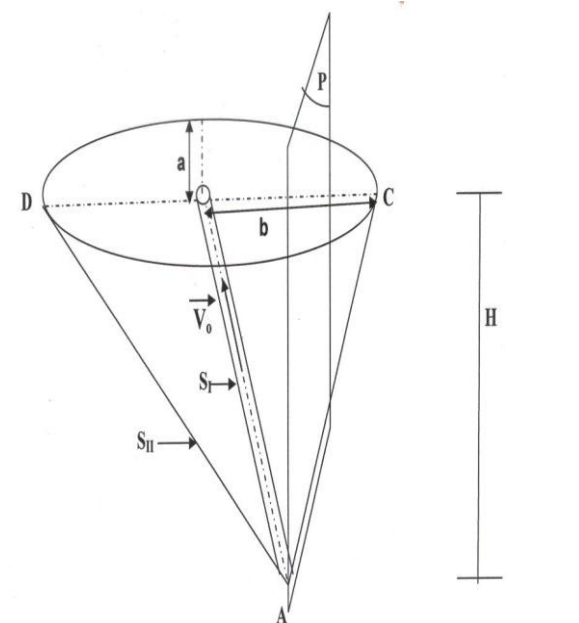


Figure 4. Mécanisme de rupture du sol environnant le tirant incliné ( $\delta \geq \varphi$ ) dans l'espace selon Mohr- Coulomb.

#### 4.1 Vitesses

A partir du diagramme des vitesses représenté sur la figure 3, les expressions des vitesses relative et principale sont déduites géométriquement en fonction de la vitesse initiale ( $V_0$ ).

Vitesse du bloc:

$$V_I = \frac{V_0 \cdot \sin(\beta - \varphi)}{\sin(\beta - 2\varphi)} \quad (6)$$

Vitesse relative tirant-sol:

$$V_{0I} = \frac{V_0 \cdot \sin(\varphi)}{\sin(\beta - 2\varphi)} \quad (7)$$

#### 4.2 Surfaces de rupture

Surface latérale du cylindre:

$$S_I = \pi \cdot d \cdot L \quad (8)$$

Surface latérale du cône:

$$S_{II} = \frac{\pi \cdot H^2 \cdot \sin(2\beta)}{2 \cdot \cos(\beta - \alpha) \cdot \cos(\alpha + \beta)} \quad (9)$$

#### 4.3 Poids des massifs

$$W_{DAC} = \frac{\pi \cdot \gamma \cdot a \cdot b \cdot L \cdot \cos(\alpha)}{3} \quad (10)$$

$$a = L \cdot \tan(\beta) \quad (11)$$

Si le cône ne dépasse pas la verticale ( $\alpha > \beta$ ):

$$b = \frac{H}{2} [\tan(\alpha + \beta) - \tan(\alpha - \beta)] \quad (12)$$

Si le cône dépasse la verticale ( $\alpha \leq \beta$ )

$$b = \frac{H}{2} [\tan(\beta - \alpha) + \tan(\alpha + \beta)] \quad (13)$$

#### 4.4 Energies dissipées

Les dissipations d'énergie interne dues à la cohésion le long des surfaces de rupture et de l'interface sol-tirant pour le cas d'un tirant rugueux ( $\delta \geq \varphi$ ) dans un sol

homogène ayant une cohésion  $c$  sont données par les expressions suivantes :  
Le taux d'énergie interne dissipée le long de surface de rupture  $S_I$  est égal à:

$$E_{OA} = \frac{c \cdot \pi \cdot d \cdot L \cdot V_0 \cdot \sin(\varphi) \cdot \cos(\varphi)}{\sin(\beta - 2\varphi)} \quad (14)$$

Le taux d'énergie interne dissipée le long de la surface de rupture  $S_{II}$  est égal à:

$$E_{OA} = \frac{c \cdot \pi \cdot H^2 \cdot V_0 \cdot \sin(2\beta) \cdot \sin(\beta - \varphi)}{2 \sin(\beta - 2\varphi) \cos(\beta - \alpha) \cos(\alpha + \beta) \sin(\beta - 2\varphi)} \quad (15)$$

Pour un tirant rugueux ( $\delta \geq \varphi$ ) la dissipation d'énergie par friction d'un sol non cohérent est nulle.

#### 4.5 Travail des forces

Travail des forces extérieures:

$$T_{DAC} = W_{DAC} \times V_I \times \cos(\varphi) \quad (16)$$

Travail de la force gravitaire :

$$T = F \times V_0 \quad (17)$$

#### 4.6 Equation d'équilibre

En égalisant le taux de dissipation d'énergie interne au taux du travail des forces extérieures, on obtient la charge limite :

$$T - T_{DAC} = \sum E_i \quad (18)$$

$$F = \frac{c \cdot \pi \cdot d \cdot L \cdot \sin(\varphi) \cdot \cos(\varphi)}{\sin(\beta - 2\varphi)} + \frac{c \cdot \pi \cdot H^2 \cdot \sin(2\beta) \cdot \sin(\beta - \varphi) \cdot \cos(\varphi)}{2 \cdot \sin(\beta - 2\varphi) \cdot \cos(\beta - \alpha) \cdot \cos(\alpha + \beta) \cdot \sin(\beta - 2\varphi)} + \frac{\pi \cdot \gamma \cdot a \cdot b \cdot L \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta - \varphi) \cdot \cos(\varphi)}{3 \cdot \sin(\beta - 2\varphi)} \quad (19)$$

Pour un sol pulvérulent  $c=0$

$$F = \frac{\pi \cdot \gamma \cdot a \cdot b \cdot L \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta - \varphi) \cdot \cos(\varphi)}{3 \cdot \sin(\beta - \varphi)} \quad (20)$$

En effectuant une minimisation de la charge limite par rapport à la variable ( $\beta$ ) qui définit ce mécanisme; on obtient la solution la plus critique.

**5. APPLICATION**

Dans cette application, en introduisant le modèle dans le logiciel MATHCAD 13[8] permettant ainsi la visualisation de la forme de la charge F en 3D.

Données:

$$L = 1m ; C = 0 \frac{Kg}{m^2} ; \gamma = 1570 \frac{Kg}{m^3} ; d = 0,12m$$

$$\alpha + 2\varphi = 76 \text{deg} ; \varphi = 35 \frac{\pi}{180} ; \alpha = 6 \frac{\pi}{180}$$

$$V_0 = 1 \frac{m}{s}$$

Conditions aux limites:

$$\beta = 1,2$$

Hypothèse:

Minimisation:

$$1,3 < \beta < 1,38$$

$$\text{Minimum } (F, \beta) = 1,314$$

Résultat de la minimisation:

$$F(1,314) = 1,632 \times 10^5 \text{ Kg}$$

D'après la figure 5 on constate que la forme de la charge limite F en 3D présente une forme concave (forme de cuvette) indiquant l'existence d'un minimum, donc d'une butée.

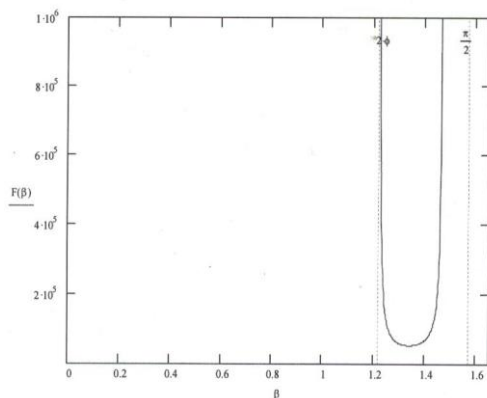


Figure 5. Visualisation de la courbe de la charge F en fonction du paramètre ( $\beta$ ) dans l'espace.

**6. RESULTATS**

L'analyse des résultats obtenus à l'aide du modèle répondant aux critères de la borne supérieure de l'analyse limite, montre l'évolution du rapport  $F/L^3$  qui augmente avec l'évolution de l'angle de frottement interne (ainsi que sa densité sèche) et il reste le même pour un  $\varphi$  donné quelle que soit la longueur du tirant avec la condition que  $\alpha + 2\varphi < \frac{\pi}{2}$  comme c'est indiqué respectivement par les figures 6, 7, 8, 9.

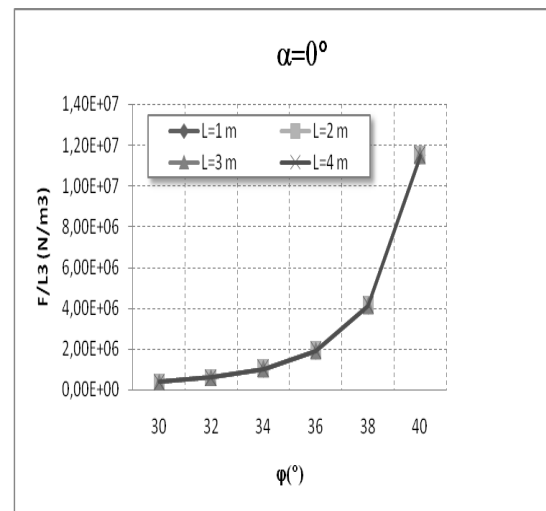


Figure 6. Evaluation du rapport  $F/L^3$  avec l'angle de frottement interne  $\varphi$  pour  $\alpha=0^\circ$ .

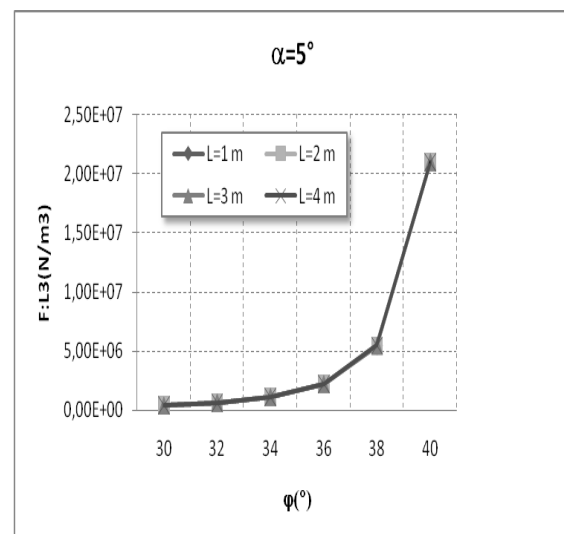


Figure 7. Evaluation du rapport  $F/L^3$  avec l'angle de frottement interne  $\varphi$  pour  $\alpha=5^\circ$ .

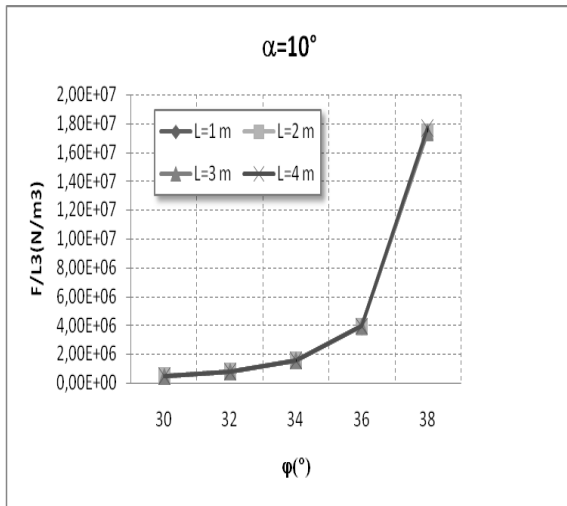


Figure 8. Evaluation du rapport  $F/L^3$  avec l'angle de frottement interne  $\phi$  pour  $\alpha=10^\circ$ .

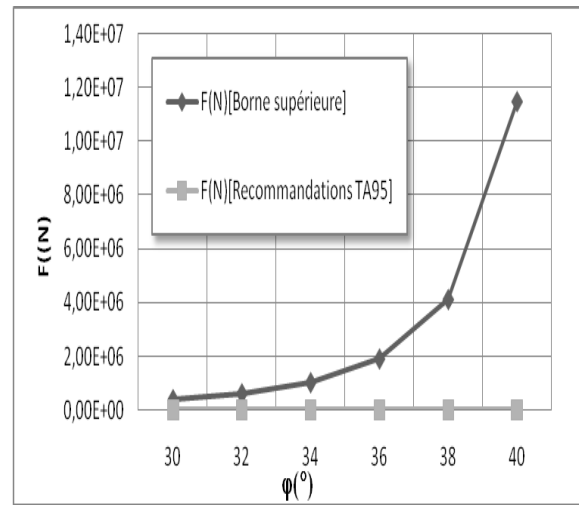


Figure 10. Comparaison entre l'effort obtenu par l'analyse limite et les recommandations T A 95 pour  $L=1$  m.

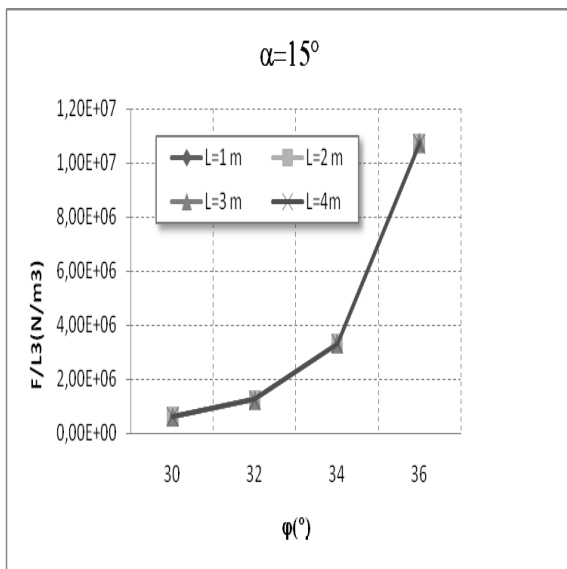


Figure 9 Evaluation du rapport  $F/L^3$  avec l'angle de frottement interne  $\phi$  pour  $\alpha=15^\circ$

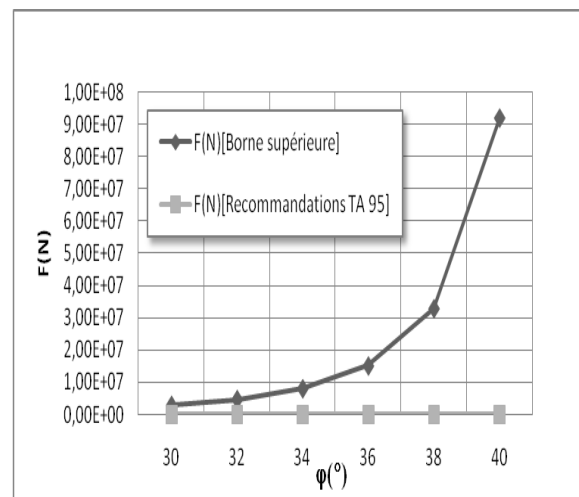


Figure 11. Comparaison entre l'effort obtenu par l'analyse limite et les recommandations T A 95 pour  $L=2$  m.

Pour un tirant vertical ( $\alpha=0^\circ$ ), nous observons après comparaison que les valeurs de la charge limite obtenues par l'analyse limite sont largement supérieures (surestimées) aux valeurs tirées des recommandations TA 95, 1995 [7].

Comme cela apparaît sur les figures 10, 11, 12, 13; cela prouve que nous avons obtenu une borne supérieure.

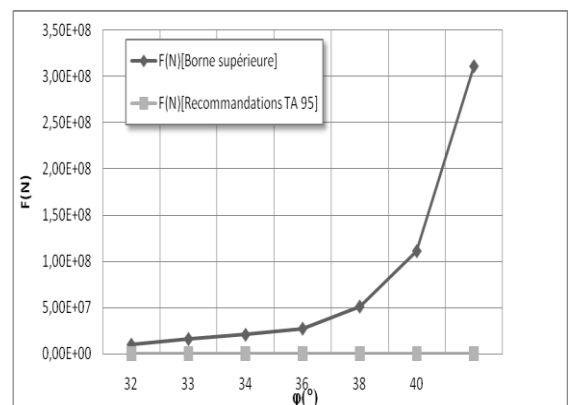


Figure 12. Comparaison entre l'effort obtenu par l'analyse limite et les recommandations T A 95 pour  $L=3$  m.

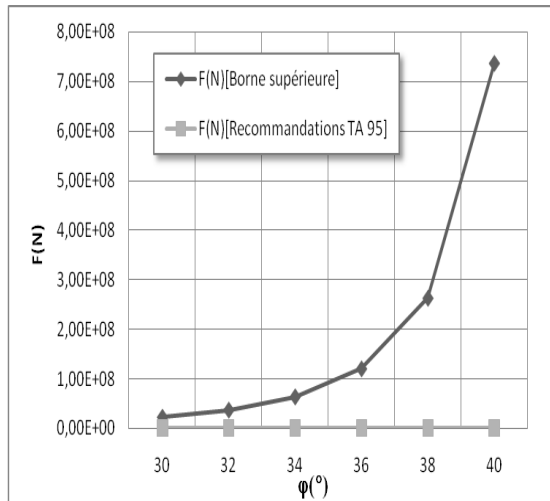


Figure 13. Comparaison entre l'effort obtenu par l'analyse limite et les recommandations T A 95 pour L=4m.

### 7. CONCLUSIONS

L'objectif de cette étude est l'évaluation de la charge de rupture en utilisant le théorème cinématique de la théorie de l'analyse limite : pour cela un mécanisme de rupture est proposé dans l'espace qui a donné des bornes supérieures, les résultats des calculs ont permis de tirer les conclusions suivantes :

- La forme de la courbe donnant la charge limite  $F$  fonction de la variable ( $\beta$ ), est concave, sous forme de cuvette, ce qui montre bien l'existence d'un minimum, donc d'une butée.

- Les valeurs de la charge limite qui ont été obtenues avec un seul prisme donnent des valeurs élevées par rapport aux recommandations TA95. Cela tend à prouver que le modèle proposé est à parfaire et la solution est de réduire le volume du mécanisme par l'introduction d'autres prismes afin d'obtenir d'autres bornes supérieures plus petites qui entraîneront automatiquement des résultats plus rapprochées de la valeur réelle.

- Nous nous sommes limités à un modèle avec lignes de ruptures horizontales alors que normalement elles devraient être des courbes.

- Les résultats de cette étude s'avèrent insuffisante pour appréhender avec précision les phénomènes engendrés autour du tirant d'ancrage. Il apparaît donc nécessaire de les compléter et les développer par d'autres approches expérimentales permettant d'obtenir d'autres ordres de grandeurs et de réaliser des études paramétriques et par des approches numériques permettant la détermination du champ de déplacement, de déformation et de contraintes dans le massif de sol environnant le tirant d'ancrage et la prise en compte de la loi de comportement de sol élaboré et de conditions aux limites complètes.

Ce travail propose tout de même une ébauche de solution à ce problème, dans le cas de sol frottant, jamais réalisé avec cette méthode qui pourra être repris par d'autres chercheurs pour les sols cohérents.

### NOMENCLATURE

$a$	Longueur du petit rayon de la base du cône
$b$	Longueur du grand rayon de la base du cône
$c$	Cohésion
$d$	Diamètre du cylindre
$E_{ij}$	Energie interne dissipée
$F$	Charge limite
$L$	Hauteur totale de l'axe du tirant
$H$	Hauteur totale du cône
$L_{ij}$	Longueurs des lignes de rupture
$P_{ext}$	puissance des efforts extérieurs
$P_{max}^{res}$	Puissance résistante maximale
$r$	Rayon de base du cône
$S_{ij}$	Surface de la section de la rupture
$T_u$	Traction limite conventionnelle
$T_{ij}$	Travail du massif du sol
$V_0$	Vitesse d'arrachement du tirant
$V_I$	Vitesse du bloc
$V_{ij}$	Vitesse relative des massifs
$W_{ij}$	Poids du massif du sol
$\beta$	Demi-angle au sommet
$\varphi$	Angle de frottement interne du sol
$\psi$	Angle de dilataance
$\gamma$	Poids spécifique du sol



## REFERENCES

- [1] Lysmer J., 1970. Limit analysis of plane problems in soil mechanics, *J. Soil. Mech and Found. Div. ASCE*, Vol. 96 (4), 1311-1334.
- [2] Lee I.K. & Herington J.R., 1972. A theoretical study of pressures acting on rigid wall by sloping earth on rockfill, *Géotechnique*, Vol. 22 (1), 1-26.
- [3] Chen W.F. & Rosenfarb J.L., 1973. Limit analysis solutions of earth pressure problems, *Soil and Found*, Vol. 13(4), 45-60.
- [4] Meksaouine M., 1993. Etude expérimentale et théorique de la poussée passive sur pieux rigides, Thèse de Doctorat en Génie Civil, Institut National des sciences appliquées, Lyon, France, 186p.
- [5] Benyaghla H., 1999. Etude théorique de la poussée et de la butée sur pieux isolés. Thèse de Magister en Génie Civil, Université 08 Mai 1945 Guelma, Algérie, 200p
- [6] Soubra A.H., 2000. Static and seismic passive earth pressure coefficients on rigid retaining structures, *Can. Geotech. J.*, Vol. 37(2), 463-478.
- [7] Recommandation T.A. 95, 1995. Concernant la conception, le calcul, l'exécution et le contrôle des tirants d'ancrage, Ed. Eyrolles. Paris, 147p.
- [8] Mathcad software program, Mathsoft Engineering and education, Inc.USA
- [9] Hill R., 1950. The mathematical theory of plasticity. *Clarendon Press*, 356p.
- [10] Davis E.H., Gunn M.J. & Seniviratne H.N., 1980. The stability of shallow tunnels and underground opening in cohesive material, *Geotechnique*, Vol. (4), 397-419.
- [11] Muelhaus H., 1985, Lower bound solutions for circular tunnels in two now tree dimensions, *Rock Mech and Rock Engng*. Vol. (18), 37-52.
- [12] Coulomb C.A., 1773. Sur une application des règles de maximis minimis à quelques problèmes de statiques relatives à l'architecture *Acad. R. Sci. Mém. Math. Phys.* Vol. 14 (6), 343-382.
- [13] Drescher A. & Detournay E., 1993. Limit load in translational failure mechanisms for associative and non-associative materials, *Geotechnique*, Vol. 43(3), 443-456.
- [14] Michalowski R.L. & Shi L., 1995. Bearing capacity of footings over two-layer foundation soils. *J. Geotech. Engrg., ASCE*, Vol.121(5), 421-428.
- [15] Michalowski R.L. & Shi L., 1996. Closure on Bearing capacity of footings over two-layer foundation soils. *J. Geotech. Engrg. ASCE*, Vol. 122(8), 701-703.
- [16] Chen W.F., 1975. Limit analysis and soil plasticity, Ed. Elsevier Science, 638p.
- [17] Bourdeau Y., 1977. Poussée des sols pulvérulents, influence des caractéristiques des sols et du modèle d'essais. Thèse de Docteur ingénieur, Institut National des sciences appliquées, Lyon, France, 205p