

# Analyse expérimentale et analytique du comportement en flexion des poutres en béton armé préfissurées renforcées par un matériau composite en toile de fibres de carbone (TFC)

Sihem Kermiche & Bachir Redjel

Laboratoire de Génie Civil, Université Badji Mokhtar, Annaba, 23000 Algérie.

Révisé le 05/05/2011

Accepté le 12/03/2012

## ملخص

ان هذا العمل يشكل مساهمة في تحليل سلوك الروافد الهدعمة بمواد مركبة ، التحليل كان بواسطة دراسة تجريبية و تحليلية لإحدى عشرة عنصر من الخرسانة و الخرسانة المسلحة حيث كان التسليح قليل و متوسط ، العناصر منها من شقق من قبل و فيما بعد دعم بواسطة قماش ذو ألياف كربونية التي تلصق في مكان عملها بصمغ ابوكسي. بهدف دراسة تأثير حالة التشققات الأولية على السلوك واحدة من الروافد دعمت بدون أن تشقق وقورنت برافدة مشققة من قبل مدعمة و اخرى غير مشققة أو مدعمة حملت حتى التكسير. في هذه الدراسة أربعة روافد شققت من قبل ودعمت في جزئها المشدود (السفلي) و الجانبي بواسطة أشرطة بشكل حرف U بمختلف القياسات بهدف تجنب انفصال المواد المركبة من جهة و دراسة فعل المواد المركبة على حالة جهد القص من جهة ثانية . في الأخير أجرينا دراسة مقارنة بين الحمولة النهائية المقاسة بالتجربة و بين التي حسبت بالنماذج التحليلية المقترحة.

الكلمات المفتاحية: روافد - تدعيم قماش ذو ألياف كربونية - انشغاف اولى - الحالة القصوى للتشغيل

## Résumé

Ce travail constitue une contribution à l'analyse du comportement des poutres renforcées par des matériaux composites. L'analyse a été faite par une étude expérimentale et analytique sur onze éléments en béton et en béton armé sous et moyennement armés, préfissurés puis renforcés par du tissu en fibre de carbone collé in situ à l'aide d'une résine époxy. Afin d'étudier l'influence de l'état de fissuration initiale sur le comportement, l'une des poutres a été renforcée sans qu'elle ne soit préfissurée et a été comparée à une poutre préfissurée et renforcée puis à une autre chargée jusqu'à la rupture sans être préfissurée ni renforcée. Dans cette étude quatre poutres ont été préfissurées et renforcées dans leur partie tendue et sur la partie latérale avec des bandes en forme de U de différentes dimensions dans le but d'éviter le décollement d'une part et d'étudier la reprise du composite à l'effet du cisaillement d'autre part. Enfin, une étude comparative a été menée entre les résistances ultimes mesurées expérimentalement et celles calculées par les modèles analytiques.

**Mots clés:** Poutres - Renforcement - Toile en fibres de carbone - Préfissuration - Etat limite de service

## Abstract

This work constitutes a contribution to the analysis of the behaviour of the reinforced beams by composite materials. The study was carried out through experimental and analytical procedures on eleven elements of concrete and reinforced concrete under and fairly armed; pre cracked then reinforced by carbon fibre stuck in situ using an epoxy resin. In order to study the influence of the initial state of cracking on the behaviour, one of the beams was reinforced without being cracked and was compared with an initially cracked and reinforced beam and with another loaded until the fracture without being cracked nor reinforced. In this study four beams were cracked and reinforced in their tensile part and on the side part with U-shaped bands of various dimensions in order to avoid debonding on one hand and on other hand to study the resumption of the composite to the shear effect. Finally, a comparative study was made between ultimate strengths measured in experiments and those calculated by the analytical models.

**Key words:** Beams - Reinforcement - Carbon fiber net - Pre cracking - Ultimate state of service.

Auteur correspondant: [kersihe18@yahoo.fr](mailto:kersihe18@yahoo.fr)

## 1. INTRODUCTION

En raison du séisme survenu dans les régions de Boumerdès et d'Alger en 2003, de nombreux bâtiments en béton armé se sont, soit effondrés, soit endommagés de façon dangereuse. La question de les démolir et de les reconstituer à nouveau ou bien de les réparer dans la mesure où le coût des ouvrages neufs est de plus en plus élevé et les conditions de réparation de plus en plus difficiles, fut alors posée. Une alternative aux techniques traditionnelles de réparation a été récemment mise en point. Il s'agit de la technique de renforcement par collage extérieur in situ de composite de type textile polymère. La technique s'avère intéressante grâce au rapport très élevé de poids-résistance des matériaux composites et de leur résistance à la corrosion et constitue ainsi par sa facilité des conditions de mise en œuvre une solution rapide, économique et durable aux structures vieillissantes ou endommagées. Cette technique se diffuse de plus en plus dans le domaine du génie civil. Cependant, les applications de réhabilitation sont limitées scientifiquement et techniquement à cause des insuffisances des données en termes de comportement (rigidité, rupture, endommagement) et aussi des insuffisances des méthodes de calcul et de dimensionnement. Différentes recherches [1- 3] ont été menées sur la technique de renforcement et/ou de réparation des poutres dans le cas de la flexion et du cisaillement à l'état limite ultime et à l'état limite de service, sur les modes de rupture, sur le décollement du composite et sur la fatigue des éléments en béton renforcés de toile de composite. Ainsi de nombreux résultats et des recommandations ont été apportés mais l'étude des poutres renforcées à l'état limite de service est assez rare [3,4]. De nombreux modèles ont été proposés pour prédire la contribution du composite à la reprise de l'effort tranchant [2,5].

Ces modèles dépendent de nombreux paramètres comme la hauteur effective, la déformation, la surface, l'épaisseur et la résistance à la traction du composite. Il est évident, d'après le nombre important des études entreprises, qu'il est difficile de proposer une formule analytique pour prédire correctement la force ultime de renforcement vis-à-vis du cisaillement des poutres.

La difficulté peut résider dans l'interaction complexe qui existe entre le béton et les armatures dans les cas du cisaillement et de la flexion. Généralement, le point le plus complexe est le choix de la contrainte ou bien

de la déformation effective et de la hauteur effective des bandes du composite. D'autre part, il semble qu'il n'y ait pas de consensus pour la prédiction de la résistance à l'effort tranchant du composite.

L'objectif de ce travail constitue une contribution à l'analyse du comportement des poutres renforcées par des matériaux composites en fibre de carbone.

Pour atteindre cet objectif, une étude expérimentale et une autre analytique ont été effectuées sur des poutres en béton et en béton armé pré-fissurées puis renforcées par la toile en fibre de carbone (TFC) et dont les variables sont le taux de renforcement des armatures d'acier, l'effet de la pré-fissuration initiale et les différents modes de renforcement (ancrage).

## 2. EXPERIMENTATION

### 2.1 Programme d'essai

L'étude a été développée sur deux séries d'échantillons:

- une première série de cinq poutres désignées P1, P2, P3, P4, P5, de section rectangulaire de 13x20 cm<sup>2</sup> et de portée 120 cm. Ces poutres ont été dimensionnées vis-à-vis de l'état limite de service selon les règles BAEL 91. Une vérification a été faite à l'état limite ultime de manière à ce que la rupture ait lieu suivant le pivot A [6].
- une deuxième série de six poutres qui ont été dimensionnées selon une approche des corps d'épreuve en dimensions réduites d'un facteur de 1/3 par rapport à la poutre (P2). L'application des règles de similitude géométrique a permis d'aboutir à une géométrie de 5x7x40 cm<sup>3</sup> [7,8].

Pour conserver le comportement de la poutre de référence (P2), les échelles de réduction dans le cas de cette étude ont été adaptées en fonction de la représentativité de l'essai : dimensions, ferrailage, béton utilisé, coupants du composite, machine d'essai ... etc.

La quantité d'armatures tendues des poutres a été variée entre poutres non armées, sous armées et moyennement armées où les pourcentages ( $\rho$ ) sont respectivement 0%, 0.66% et 1.45%, avec :  $\rho = \frac{A}{bd}$

A, b, d représentent respectivement la section des armatures, la largeur de la section et la hauteur utile de la section.

Quatre poutres considérées comme des poutres de contrôle ont été chargées jusqu' à la rupture sans qu'elles ne soient renforcées extérieurement par le composite.

Six sont pré-fissurées par l'application d'une charge de 60% de la résistance ultime des poutres de contrôle, puis déchargées et renforcées à nouveau pour être rechargées ensuite jusqu'à la rupture afin d'étudier l'effet de la pré-fissuration initiale sur le comportement mécanique des poutres renforcées de toile de fibres de carbone. Une des poutres a été renforcée avant qu'elle ne soit pré-fissurée.

Le tableau 1 rassemble tous les détails des poutres utilisées.

Toutes les poutres ont été testées en flexion trois points sur deux machines à vérin hydraulique : la première d'une capacité max de 300 kN pour les poutres et la deuxième de 50 kN pour les modèles réduits.

## 2.2 Matériaux utilisés

Les poutres P1, P2, P3, P4 et P5 ont été fabriquées en utilisant un béton ordinaire de résistance à la compression mesurée à l'âge de 28 jours de 30 MPa.

Les poutres de modèle réduit ont été fabriquées en utilisant un micro béton de granulométrie adaptée aux dimensions du béton de la poutre de référence P2.

Les aciers utilisés pour le ferrailage sont de deux classes :

- des barres à haute adhérence servant comme ferrailage longitudinal pour les poutres à l'échelle1.

- des ronds lisses servant comme ferrailage longitudinal pour les poutres à l'échelle 1/3 et comme ferrailage transversal pour tous les spécimens.

La figure 1 montre les détails de ferrailage.

Des essais de caractérisation en traction directe ont été effectués sur des éprouvettes de 15cm de longueur tirées au hasard dans le lot des barres ayant servi pour la fabrication des poutres.

Des essais de caractérisation physique ont été également effectués sur tous les constituants du béton.

Les principales caractéristiques des aciers, de la colle, du tissu ainsi que du matériau composite sont résumées dans le tableau 2. Pour toutes les éprouvettes, l'épaisseur du composite est de 1 mm.

Les largeurs, les longueurs ainsi que la disposition des bandes du composite utilisés pour le renforcement sont montrés sur la figure 2.

Tableau 1. Détails des éprouvettes

Poutres de (13*20*120) cm <sup>3</sup>	Poutres	Armatures	Taux de renforcement	Renforcement en TFC	Pré-fissuration	Mode de renforcement
	P1	3HA8	0.66	1 pli	oui	a
	P2	3HA12	1.45	3 plis	oui	b
	P3	3HA8	0.66	1 pli	non	a
	P4	3HA8	0.66	/	non	/
	P5	/	/	/	oui	/
Poutres modèles réduits	P6	2ø5	1.45	/	non	/
	P7	2ø5	1.45	/	oui	/
	P8	2ø5	1.45	1 pli	oui	b
	P9	2ø5	1.45	1 pli	oui	c
	P10	2ø5	1.45	1 pli	oui	d
	P11	/	/	1 pli	oui	a

Tableau 2. Caractéristiques des matériaux utilisés

Matériau	Module de Young E (MPa)	Limite élastique Fe (MPa)	Contrainte à la rupture Fy (MPa)
Aciers HA	200000	420	400
Acier doux	200000	400	235
Colle	3800	30	/
Tissu	230000	3500	/
Composite	55000	750	/

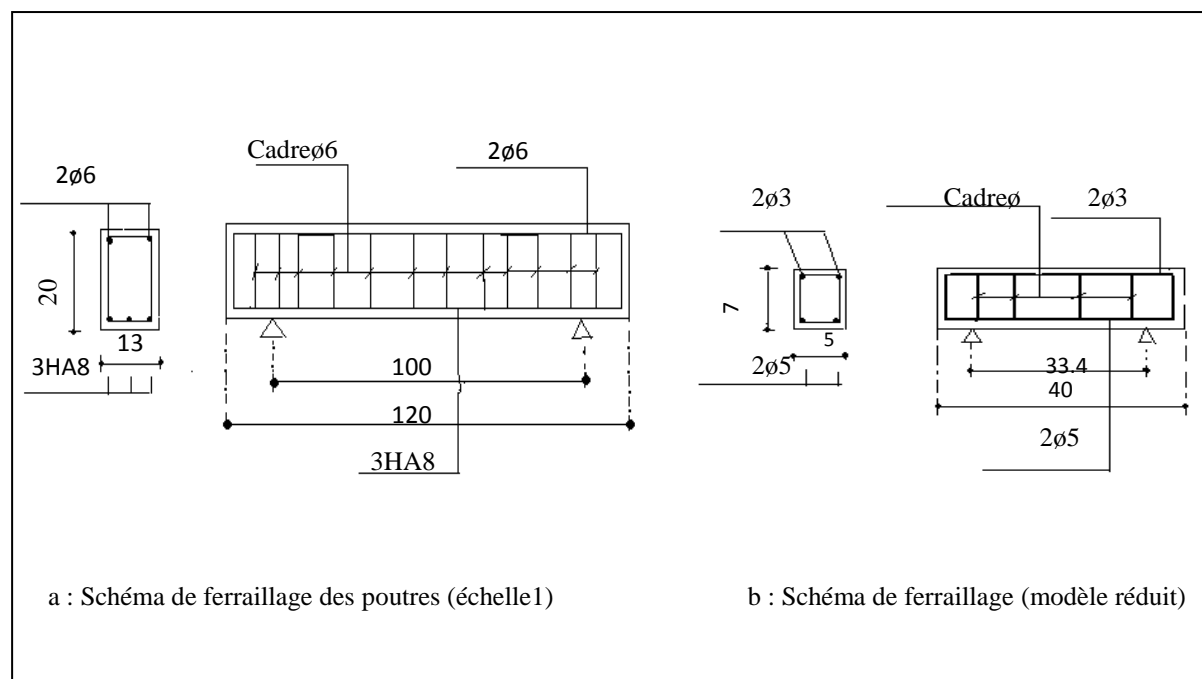


Figure 1. Schéma de ferrailage des poutres

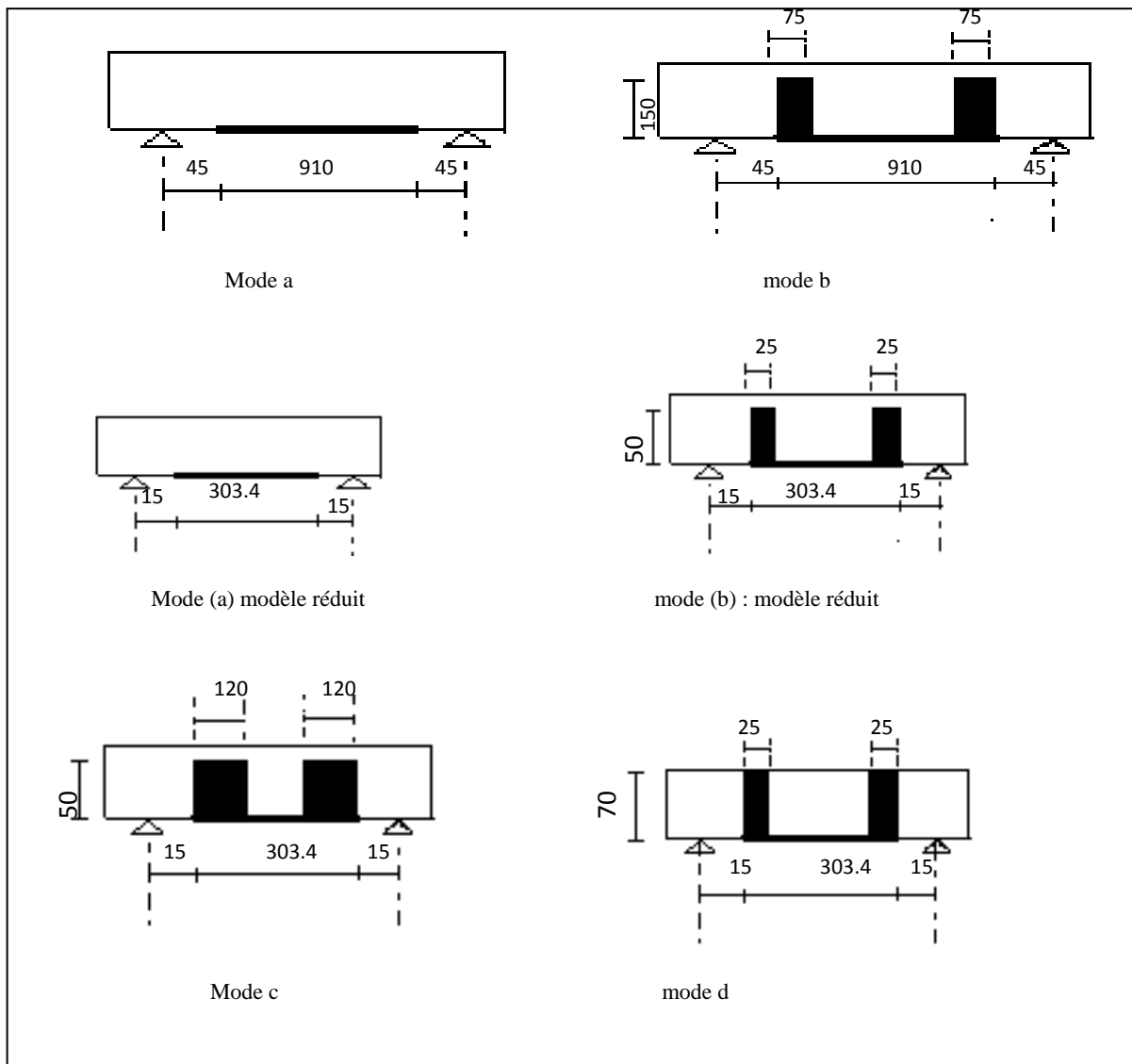


Figure 2. Modes de renforcement des poutres

### 3. ANALYSE ET DISCUSSIONS DES RESULTATS

#### 3.1 Courbe charge-flèche des poutres témoins (poutres de contrôle) :

##### ▪ Poutre P5

L'évolution de la flèche en fonction de la charge de la poutre P5 illustrée par la figure 3 distingue deux phases linéaires de pente différente. La première traduit le comportement élastique de la poutre et la seconde traduit l'apparition et le développement de l'endommagement au sein du volume du matériau au fur et à mesure que la charge augmente jusqu'à la rupture.

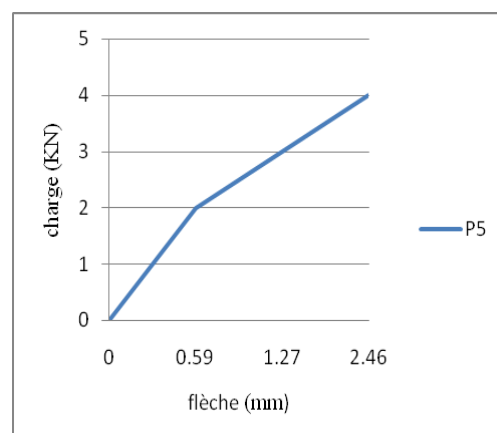


Figure 3. Courbe charge-flèche de la poutre P5

### ▪ Poutres P4, P6 et P7

Les figures 4 et 5 montrent les courbes charge/ flèche respectivement de la poutre P4 et des modèles réduits P6 et P7. Ces courbes ont des allures similaires sur le plan de la forme et peuvent être divisées en trois phases traduisant un comportement plutôt pseudo ductile des poutres armés :

- une partie quasi linéaire durant laquelle l'évolution de la flèche est proportionnelle à celle de la charge qui représente la réponse élastique des poutres.
- une 2<sup>ème</sup> phase durant laquelle la courbe s'écarte de la linéarité et qui se traduit par l'apparition des micros fissures verticales.
- une dernière phase non linéaire annonçant la rupture des échantillons

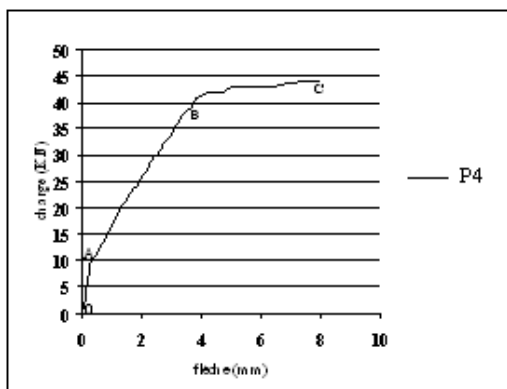


Figure 4. Courbe charge-flèche (poutre P4)

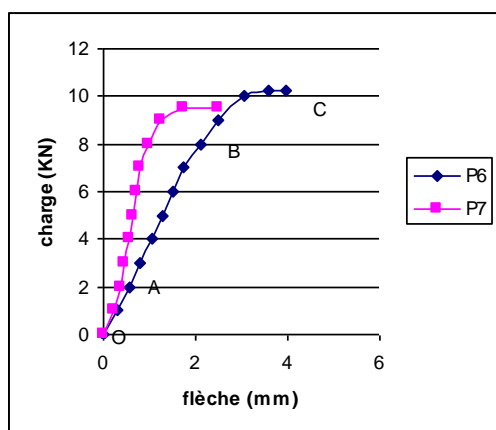


Figure 5. Courbes charge-flèche poutres P6 P7

Il est à signaler que la charge à la rupture déterminée expérimentalement des poutres armées de 3HA8 est de 43 kN. Cette valeur est très proche de la valeur calculée par les règles BAEL et qui est de l'ordre de 43.54 kN [9 -12].

L'approximation est très bonne et l'écart est inférieur à 2%.

Par l'application des règles de similitude sur la poutre du modèle réduit P6, il semble que la poutre de référence se romprait à une valeur de charge égale à 90 kN. Par ailleurs, la valeur de la charge ultime calculée théoriquement par les règles BAEL est égale à 91.71 kN. Ainsi, l'approximation reste bonne ce qui dénote de la validité de la méthode de calcul suivant les règles BAEL mais aussi de la validité et de la fiabilité des règles de similitude.

### 3. 2 Fissuration et modes de rupture des poutres de contrôle

#### ▪ Poutre P5

La rupture de la poutre P5 a été brutale et se produit au milieu de l'échantillon (sous le point d'application de la charge).

#### ▪ Poutres P4, P6 et P7

Ces poutres armées passent par différentes étapes avant la rupture. Les observations suivantes peuvent être faites :

##### Phase de stabilité :

C'est l'étape de la mise en charge de la poutre avant l'apparition des premières fissures au niveau des fibres les plus tendues du béton. Durant cette étape, les poutres restent stables (non fissurées).

##### Phase de fissuration :

A un niveau de charge précis pour la poutre P4 et les poutres P6 et P7, deux micros fissures verticales apparaissent en symétrie par rapport à l'axe passant par le point d'application de la charge. Les fissures résultantes sont des fissures de flexion.

##### Phase de développement des fissures :

Sous l'augmentation de la charge extérieure, les deux fissures se développent en longueur et en profondeur. Ces fissures s'inclinent vers le point d'application de la charge à cause de la présence de l'effort tranchant. A l'approche de la ruine, d'autres petites fissures secondaires apparaissent à côté des deux fissures principales, comme le distingue la figure 6.

##### Phase de rupture :

A un niveau de charge précis, les poutres sont rompues à cause du moment de flexion (fissures verticales) pour la poutre P4 et de l'effort tranchant pour les poutres P6 et P7 avec la destruction du béton comprimé sous le point d'application de la charge comme montré sur

les figures 6 et 7. Il a été noté que la rupture du béton comprimé au niveau du point d'application de la charge est plus remarquable sur les poutres de modèle réduit. Cela peut être expliqué par la combinaison d'une surface de contact très petite entre le vérin et le béton et

d'une charge ultime importante à imposer une contrainte de contact extrême sous la charge, ce qui a provoqué l'écrasement du béton. De plus, le moment et l'effort tranchant sont maximaux sous la charge ce qui rend plus sévère l'état de contraintes dans cette section.

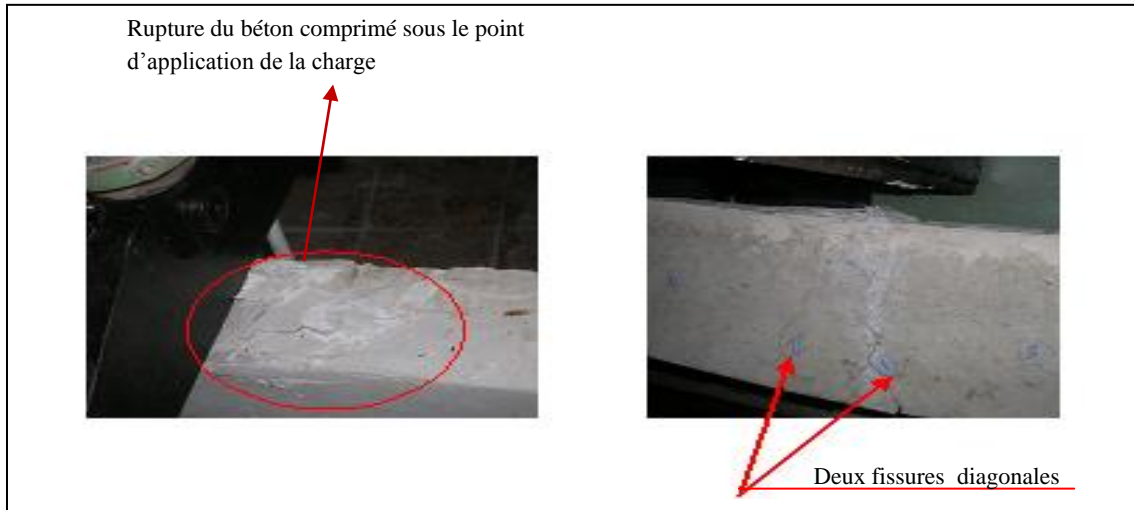


Figure 6. Photographie de la rupture de la poutre P4



Figure 7. Rupture de la poutre P6

### 3.3 Comportement des poutres renforcées

#### ▪ Poutre P11

La courbe charge-flèche relative à la poutre P11 (Fig. 8) présente deux branches linéaires : une première partie quasi élastique étendue du début de chargement jusqu'à 1.8 kN et la deuxième de 1.8 kN jusqu'à la rupture, correspondant à l'initiation des craquelures qui annoncent le début du décollement du composite. Cependant, en comparaison avec la poutre P5 de référence, cette poutre P11 a présenté un comportement moins fragile avec

une réduction non importante de la flèche de 17%. La valeur de l'augmentation de la résistance ultime semble être exagérée.

Bien qu'il ne soit pas possible d'identifier les causes exactes, ce comportement peut être dû :

- à une mauvaise application du chargement qui a été remarquée lors de la réalisation de l'essai sur la poutre P5.

- cette poutre a un effet d'échelle important vu le comportement fragile de la poutre P5 et ceci est justifié en s'appuyant sur la théorie la plus connue parmi plusieurs qui ont été développées



pour décrire l'effet d'échelle et qui est la théorie de Bazant [13,14]. Cette dernière dérive de considérations énergétiques et décrit la transition entre deux états limites. De plus, d'après cette théorie, si le comportement de la structure est ductile, des structures géométriquement similaires mais de tailles différentes vont rompre au même niveau de contrainte. Si le comportement est fragile, l'effet d'échelle peut être important ; la résistance nominale décroît lorsque la taille augmente.

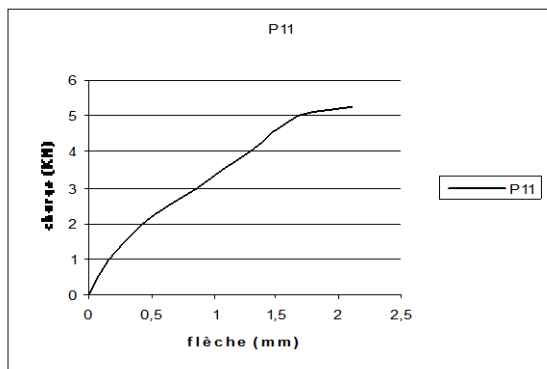


Figure 8. Courbe charge / flèche de la poutre P11

▪ **Poutres P1 et P3**

On observe pour les poutres P1 et P3 que les courbes de l'évolution des flèches en fonction de la charge présentent une allure similaire. Elles se décomposent en deux phases linéaires de pentes différentes raccordées par un point « coude » semblable à ce qui se passe dans les matériaux composites SMC et connu sous le nom de « knee point ». La première partie est caractérisée par une augmentation faible de la flèche et sans aucune apparition de microfissures et représente la phase élastique du matériau. La deuxième phase, de pente plus faible, est caractérisée par une augmentation plus rapide de la flèche et par l'apparition de fissures inclinées à 45° dues à l'effort tranchant et qui annoncent par la suite la rupture de la poutre comme l'indique la figure 9. Les poutres P1 et P3 renforcées présentent un comportement rigide par rapport à la poutre P4 avec un gain de la charge ultime respectivement de 49% et de 51%, et une réduction importante de la flèche.

Si on définit la charge de plastification comme le point d'intersection des deux droites de pentes différentes dans la loi de comportement relevée, on note que la plastification a été retardée par l'utilisation du composite (Fig. 9 et 10).

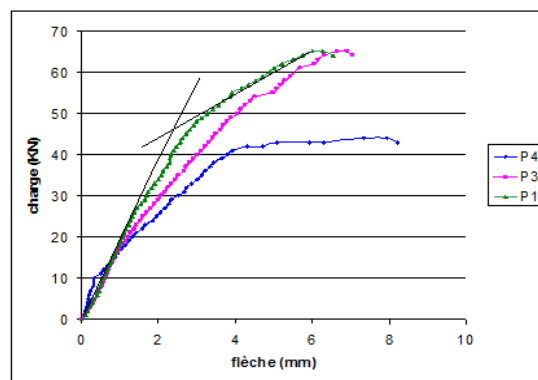


Figure 9. Comparaison de comportement entre P4, P3 et P1.

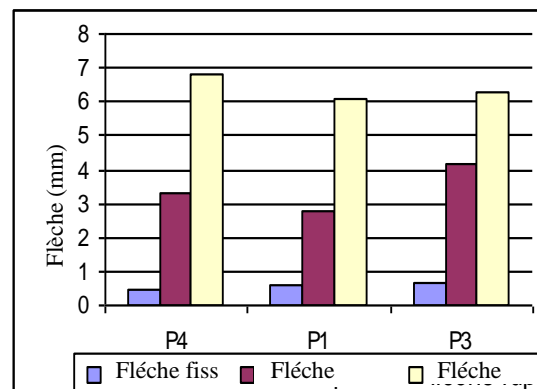


Figure 10. Comparaison entre les flèches à la fissuration, à la plastification et à la rupture des poutres P1, P3 et P4

La propagation des fissures des poutres P1 et P3 est très différente de celle de la poutre P4. Les poutres P1 et P3 montrent beaucoup plus de fissures de cisaillement de plus petite largeur avec des espacements réduits, alors que les fissures présentées dans la poutre P4 (témoin) sont des fissures de flexion avec des largeurs et des espacements plus grands.

**Comparaison entre P1 et P3 (influence de la préfissuration)**

Une comparaison du comportement mécanique à moments égaux de la poutre P3 initialement renforcée dans sa partie tendue et de la poutre P1 réparée montre que les courbes de comportement (charge/flèche) des deux poutres ne présentent pas une grande différence. La charge de rupture est presque de même valeur. L'évolution de la flèche est aussi identique jusqu'à une valeur de charge d'environ 18 kN. Entre 18 et 60 kN, une réduction de la flèche de P1 par rapport à celle de P3 est notée. Cette réduction diminue à l'approche de la rupture (Fig. 9 et 10).



La rigidité apparente des poutres a été évaluée à partir des courbes charge/flèche. Pour la comparaison de cette dernière, nous avons présenté les différences par des histogrammes à trois étapes importantes de chargement. Depuis le début de chargement jusqu'à la charge de fissuration, la rigidité de P1 et celle de P3 sont presque les mêmes. A la charge de plastification la rigidité de P1 augmente de 19.08% par rapport à celle de P3, mais cette augmentation diminue à l'approche de la charge de la rupture (Fig. 11). Généralement la rigidité de P1 et celle de P3 ne présentent pas de grandes différences. Cependant, il est à noter que la charge de plastification de P3 a été retardée par rapport à celle de P1 (Fig. 12). Ce retard augmente le palier de plasticité de P1 et ceci montre le bon comportement de la poutre initialement préfissurée par rapport à P3 à l'état ultime et dans le palier de l'état de service qui est expliqué par la réduction de la rigidité avec la diminution de la flèche avant la charge de plastification.

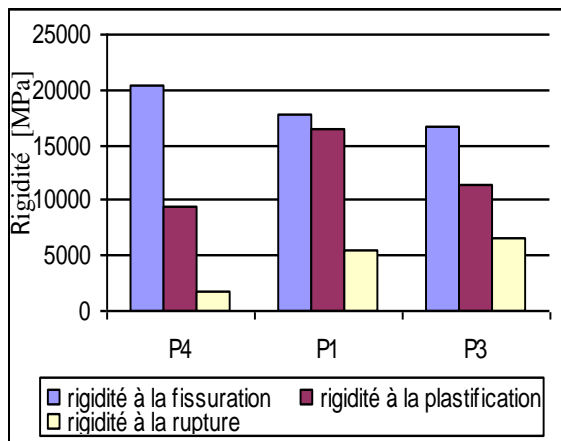


Figure 11. Comparaison de la rigidité à la fissuration, à la plastification et à la rupture des poutres P4, P3 et P1.

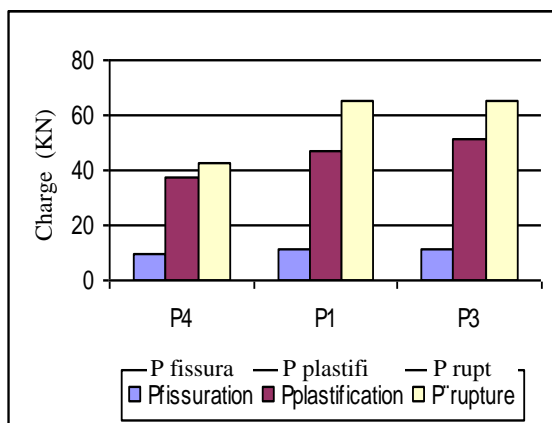


Figure 12. Comparaison des charges à la fissuration, à la plastification et à la rupture des poutres P4, P3 et P1

En ce qui concerne les fissures, elles sont presque de même nombre, si on ne tient pas compte des fissures préexistantes déjà de la phase de pré fissuration de la poutre P1 (Fig.13).

Par une simple comparaison à l'œil nu de la largeur des fissures, il apparaît que les fissures à la charge maximale appliquée sont plus ouvertes sur la poutre P1 (réparée). Elles sont de l'ordre de 1 à 2 mm dans la partie latérale. Dans la partie tendue, ces ouvertures peuvent atteindre une largeur de 10 à 12 mm.

Ces fissures présentent une longueur plus grande et des espacements réduits par rapport à celles observées sur P3 (Fig. 13). La largeur maximale des fissures sur la poutre P3 est de l'ordre de 1 mm. Cela s'explique par l'existence des fissures au début de l'essai sur P1, car la fermeture totale des ces fissures n'est pas possible à cause du frottement du béton sur les barres d'acier malgré une bonne adhérence entre eux.

Pour la poutre P3, les fissures ne sont apparues qu'à partir d'une valeur de charge d'environ 49 kN alors que pour P1 elles sont apparues à une charge avoisinant 27 kN.

### Poutres P2, P8, P9 et P10 (renforcées dans les parties tendue et latérales)

D'après les courbes charge-flèche des figures 14 et 15, il apparaît que ces poutres ont la même allure, que celles relatives à la poutre P1.

Ces poutres montrent un gain de résistance par rapport aux poutres de contrôles P6 et P7 se situant entre 6% et 36%.

En comparaison avec les poutres armées en HA8, ce gain de résistance reste limité mais les flèches sont réduites.

Pour les poutres de modèle réduit, on n'a pas observé d'effet d'échelle notamment entre P2 et P8 qui ont le même mode de renforcement. La différence est inférieure à 6%. Ceci justifie la validité des règles de similitude suivies.

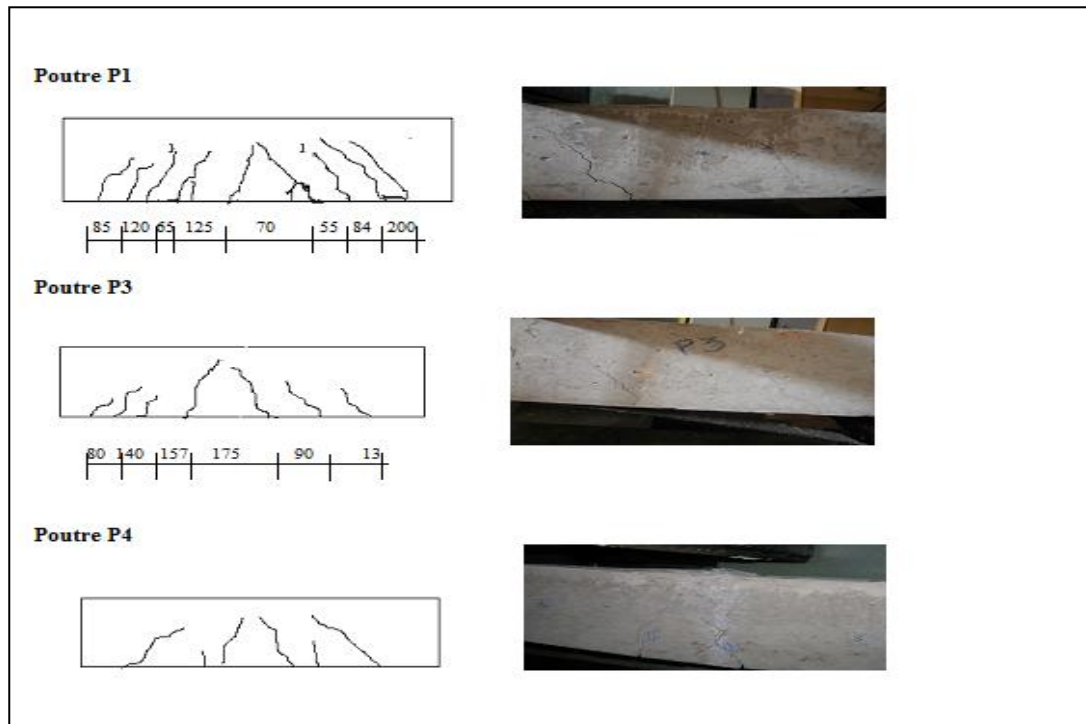


Figure13. Répartition des fissures sur les poutres P3, P1 et P4

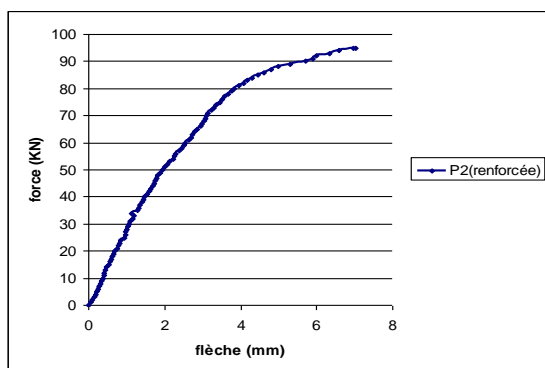


Figure 14. Courbe charge-flèche de la poutre P2

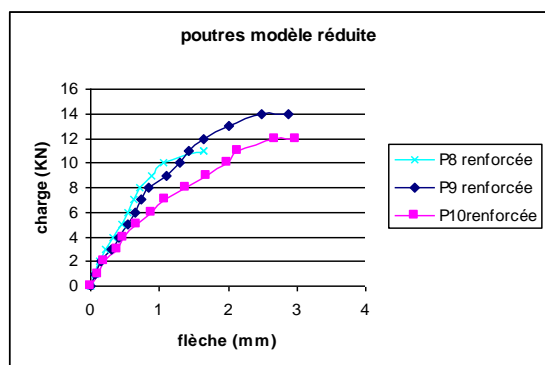


Figure 15. Courbes charge-flèche des poutres renforcées P8, P9 et P10

### 3.4 Modes de ruptures des poutres renforcées :

#### ▪ Poutre P11

La poutre P11 a été rompue par le décollement partiel du composite sous une fissure de flexion située au niveau d'application de la charge comme le montre la figure 16.



Figure16. Rupture de la poutre P11

#### ▪ Poutres P1 et P3

La rupture des poutres P1 et P3 est due à l'effort de cisaillement avec le décollement partiel du composite. Durant l'essai, des observations liées à la rupture peuvent être rassemblées comme suit :

- la création des nouvelles fissures diagonales d'effort tranchant à l'extrémité de la plaque de composite sur la poutre P1. Ces fissures se

propagent vers le point d'application de la charge faisant un angle de  $45^{\circ}$  avec l'axe horizontale de la poutre (Fig. 17a).

- à une valeur de charge de 53 kN pour P1 et 51 kN pour P3, le décollement du composite a été caractérisé par un bruit de type craquement.

- dans la partie centrale de la poutre, la couche d'enrobage sous les armatures a été légèrement arrachée en blocs délimités par les fissures de flexion verticales (Fig. 17b).

- dans la zone de décollement, entre le point de chargement et l'appui, une fine couche du béton ou bien des petits morceaux du béton restent collés sur la plaque décollée (Fig. 17c).

- malgré le décollement partiel du composite, la rupture des poutres a été comme prévue (les poutres se sont rompues sous un effet de cisaillement) ce qui montre l'efficacité du TFC dans la réparation et le renforcement des structures en béton armé.

### Poutres P2, P8, P9 et P10

Généralement, toutes ces poutres se sont rompues par cisaillement.

La rupture de la poutre P2 est provoquée par des fissures diagonales d'effort tranchant. Ces fissures partent de l'extrémité de la bande latérale de TFC et s'inclinent vers le point d'application de la charge avec un angle d'environ  $45^{\circ}$ . On observe aussi sur cette poutre, près de l'extrémité de la bande longitudinale, des fissures d'effort tranchant se propageant horizontalement dans le béton provoquant une légère destruction de la couche d'enrobage entre le béton et les armatures longitudinales (Fig.18 a).

La rupture de la poutre P9 commence au dessus de la bande de TFC et s'incline vers le point d'application de la charge causant la destruction de la couche d'enrobage du béton au niveau de l'appui avec le décollement de la bande latérale de TFC (Fig.18 b).

La poutre P10 est rompue par de larges fissures d'effort tranchant, comme c'est le cas pour la poutre P2, sans qu'il y ait destruction d'enrobage du béton (Fig.18 c).

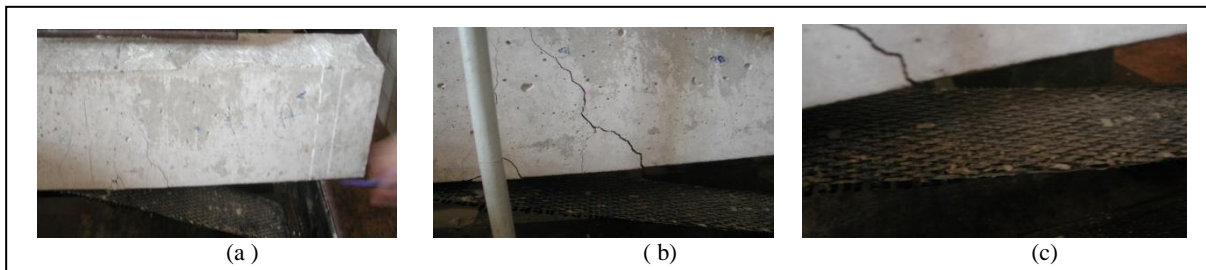


Figure 17. Modes de rupture des poutres P1 et P3

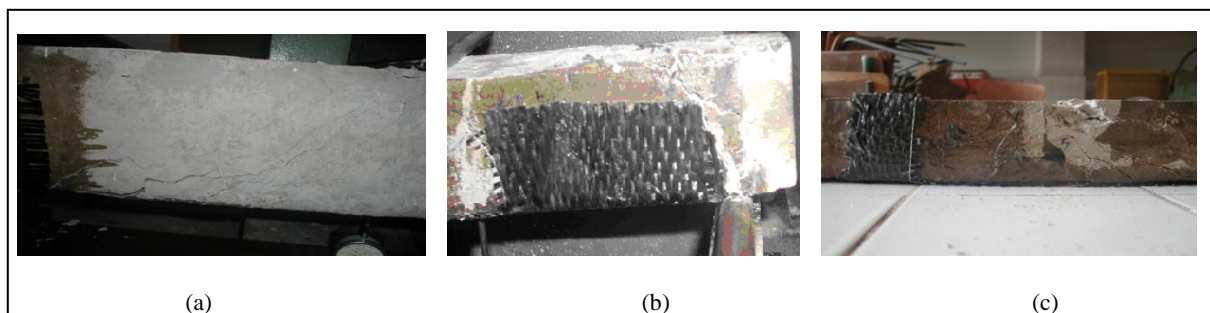


Figure 18. Modes de rupture des poutres P2, P9 et P10

## 4. ANALYSE THEORIQUE ET ANALYTIQUE

Afin de faire une comparaison des résultats expérimentaux et de justifier la validité de la méthode de dimensionnement analytique, le moment résistant ultime ainsi que l'estimation

à l'effort tranchant ont été calculés à partir des formules et équations proposées dans la littérature [9-11, 14-16].

### 4.1 Calcul du moment résistant ultime

Le calcul théorique pour prédire le comportement en flexion est basé sur le

principe de compatibilité des déformations, des équations d'équilibre et de la relation entre les constituants (béton, acier et composite).

Les calculs ont été effectués en se basant sur les suppositions suivantes :

- Les hypothèses conventionnelles du béton armé dans le BAEL 91 sont respectées.
- Le comportement de TFC est supposé linéaire jusqu'à la rupture.
- 

Dans ces calculs, on utilise les formules utilisées par la fédération internationale du béton (FIB Bulletin). Pour calculer la résistance d'une poutre renforcée de TFC en action parfaite, il faut déterminer la position de l'axe neutre  $x$  en utilisant la condition d'équilibre des forces (Fig.19).

$$0.85\psi f_{cd} b x + A_{s2} E_s \varepsilon_{s2} = A_{s1} f_{yd} + A_f E_f \varepsilon_f$$

avec :

$\psi=0.8$  hypothèse conventionnelle du béton armé ainsi que les hypothèses suivantes :

$$\varepsilon_{s2} = \varepsilon_{cu} \frac{x - d_2}{x} \quad \text{Déformation des armatures}$$

comprimées

$$\varepsilon_f = \varepsilon_{cu} \frac{h - x}{x} - \varepsilon_0 \quad \text{Déformation du composite}$$

$E_s \varepsilon_{s2} \leq f_{yd}$  avec  $f_{yd}$  limite d'élasticité de calcul des armatures

$$M_{Rd} = A_{s1} f_{yd} (d - \delta_G x) + A_f E_f \varepsilon_f (h - \delta_G x) + A_{s2} E_s \varepsilon_{s2} (\delta_G x - d_2) \quad \delta_G = 0.4$$

La déformation des armatures tendues et celle du composite doivent vérifier les conditions suivantes :

- 1) les armatures tendues sont plastifiées
- 2) la déformation du composite ne doit pas dépasser la valeur limite  $\varepsilon_{fud}$

$$\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{cu} \frac{d - x}{x} \geq \frac{f_{yd}}{E_s}$$

$$\varepsilon_f = \varepsilon_{cu} \frac{d - x}{x} - \varepsilon_0 \leq \varepsilon_{fud}$$

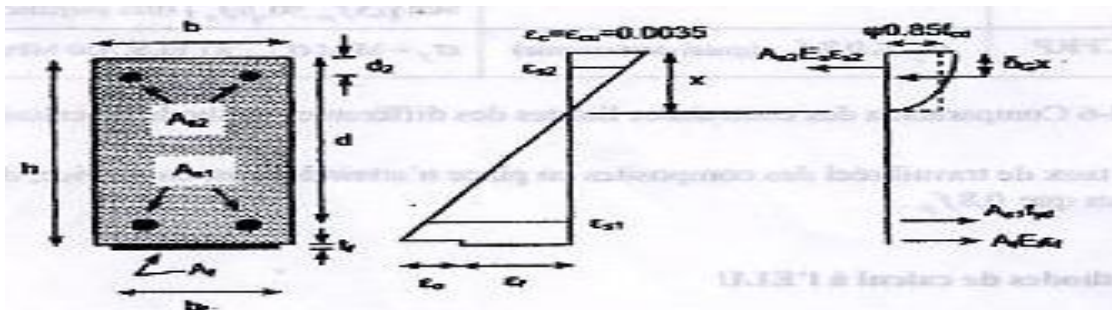


Figure 19. Analyse de la section en flexion à l'ELU (d'après la méthode de la FIB Bulletin)

La hauteur de l'axe neutre est donnée par :

$$b \frac{x'_e}{2} + (n_s A_s + (n_s - 1) A'_s + n_f A_s) x - n_s A_s d - (n_s - 1) A'_s d' - n_f A_f (h - \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_c} x) = 0$$

Avec :

- $\varepsilon_0$  : déformation initiale du tissu (valeur virtuelle)
- $\varepsilon_c$  : déformation actuelle dans les fibres (extrémité du béton)
- $n_s = E_s/E_b$  coefficient d'équivalence entre l'acier et le béton
- $n_f = E_f/E_b$  coefficient d'équivalence entre le composite et le béton

Pour une poutre en flexion trois points, la charge F est donnée par la formule :

$$F = 4 M_r / L$$

Du fait de la fissuration au niveau des cadres, la rupture des poutres renforcées peut survenir au niveau des fissures. La distance entre les appuis et les fissures de flexion est égale à  $0.8L/2$ . Cette nouvelle approche permet de calculer la charge ultime par :

$$F = 4M_r / 0.8 L$$

Les valeurs des forces résistantes calculées analytiquement restent supérieures à celles mesurées de façon expérimentale comme le montrent les résultats du tableau 3.

Tableau 3. Comparaison entre les valeurs calculées et mesurées

	P1	P2	P8	P9	P10
Force expérimentale (kN)	64	98	11	14	12
Force calculée (analytique en kN)	114.15	144	16	16	16

La divergence peut s'expliquer par :

La poutre HA12 (P2) et les poutres du modèle réduit se sont rompues sous l'effet de cisaillement. La résistance ultime est ainsi conditionnée par la résistance à l'effort tranchant.

Pour les poutres HA8, les formules utilisées ne tiennent pas compte du mode de rupture de décollement de composite pour les deux poutres P1 et P3. En plus du décollement du composite pour la poutre P1, cette importante valeur calculée de la résistance ultime de flexion peut être expliquée de la même façon que pour la poutre P2.

#### 4.2 Calcul de la résistance à l'effort tranchant :

La formule générale proposée par les différentes méthodes d'évaluation de cisaillement est :

$$V_r = V_c + V_s + V_f$$

$V_c$ ,  $V_s$  et  $V_f$  représentent respectivement les contributions du béton, de l'acier et du composite. Pour l'évaluation de la résistance apportée par les aciers et le béton, les règlements de calcul présentés dans le BAEL91 (Béton Armé aux Etats Limites), dans l'EC2 (Euro Code) et dans ACI (American Concrete Institute) ont été utilisés [9 - 11]. Dans notre cas, la formule de l'Eurocode 2 qui nous semble être rassurante a été adoptée. De nombreuses approches ont été proposées pour évaluer  $V_f$  (contribution du composite). Le tableau 4, résume quelques méthodes sélectionnées ainsi que les points de divergence entre elles. Les différents paramètres, les notations et leur unification sont rassemblés sur la figure 20. Les valeurs calculées selon les modèles précédents de la contribution de l'effort tranchant sont comparées à celles mesurées par l'expérience et sont rassemblées dans le tableau 5.

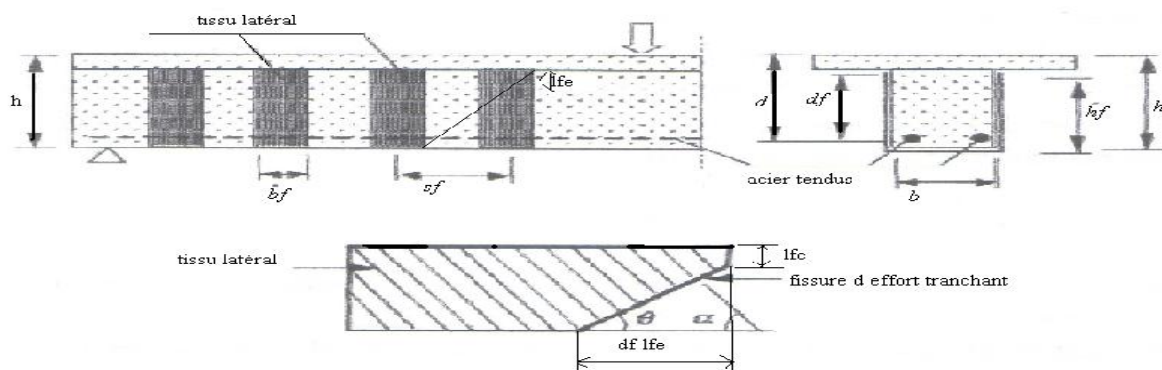


Figure 20. Schéma des paramètres d'une poutre renforcée latéralement

Tableau 4. Récapitulation des différentes méthodes proposées pour l'estimation de la résistance à l'effort tranchant.

Méthodes	Formules	Contrainte ou déformation effective	Hauteur effective
I. Shehata (2001) [15]	$V_f = \frac{2b_f t_f \sigma_{fu,lim} Z(\sin \alpha + \cos \alpha)}{s_f} \text{ ou}$ $V_f = 2\tau_{lim} h_f Z \frac{b_f}{s_f}$	$\epsilon_{fd, c} = 0.5\%$ $\sigma_{fu,lim} = \frac{\tau_{lim} h_f}{t_f}$	0.9d
FIB Bulletin (2001)[16]	$V_f = 0.9 \epsilon_{fd,e} E_{fu} \rho_f b_w d (\cot \theta + \cot \alpha) \sin \alpha$	$\epsilon_{fe} = \min \left[ 0.65 \left( \frac{f_{cm}^{2/3}}{E_{fu} \rho_f} \right)^{0.56} \times 10^{-3}; 0.17 \left( \frac{f_{cm}^{2/3}}{E_{fu} \rho_f} \right)^{0.3} \epsilon_{fu} \right]$ $\rho_f = (2t_f b_f / b_w s_f)$	0.9d
ACI (2002)	$V_f = \frac{2t_f b_f f_{fe} (\sin \alpha + \cos \alpha) d_f}{S_f}$	$f_{fe} = R f_{fu}$ , en cas de décollement du tissu $R = \frac{(f_{cm})^{2/3}}{\epsilon_{fu} d_f} w_{fe} [738.93 - 4.06(t_f E_f)] \times 10^{-6}$ Ef en Gpa, $w_{fe} = d_f - l_{fe}$	$d_f = d - c$
AFGC (2003)[17]	$V_f = \alpha_v \frac{2t_f b_f f_{f,d} \min(0.9d, (h_f - l_{anc,v_u}))}{s_f}$ $L_{ancr, d} = \text{Min} (\alpha_f l_{ancr,exp}, l_{ancr, thé})$ . En prenant $l_{ancr, y} = l_{ancr, d} = 10 \text{ cm}$ ( valeur proposée par E. Freyssinet)	$\alpha_v f_{f,d}$ avec $f_{f,d} = \alpha_f \frac{f_{fu}}{\gamma_{fu}}$ ou $\alpha_f = 0.65$ et $\gamma_{fu} = 1.6$	Min (0.9d, $(h_f - l_{ancr, y_u})$ )
E.Freyssinet (2004)[18]	$v_f = \frac{2t_f b_f}{s_f} Z_f \sigma_f \frac{\sin(\alpha_f + \beta_u)}{\sin \beta_u}$	$\sigma_f = \frac{\tau_{fu} l_{fe}}{t_f}$ ou $\sigma_f = \sigma_{fu}$	$Z_f = h_f - l_f$ ou $Z_f = h_f - 2l_{fe}$
Zi Yi Wu (2004)[19]	$v_f = \frac{2t_f b_f}{s_f} h_{fe} \sigma_{fe} (\cos \theta + \cos \alpha) \sin \alpha$	$\sigma_{fe} = R \sigma_{fu}$ $R = 0.3$ ou $0.48$	$h_{fe} = d_{fe} - l_{fe} - 0.1d$



Tableau 5 : Valeurs des prédictions théoriques et résultats expérimentaux de la résistance à l'effort tranchant  
 (\*): Valeur calculée dans le cas de rupture du béton

Méthode	Valeur de Vr prédite en kN				Valeur de Vr expérimentale en kN				Rapport calcul / expérience			
	P2	P8	P9	P10	P2	P8	P9	P10	P2	P8	P9	P10
I. Shehata	113.50*	12.16*	18.21*	12.54*	98	11	14	12	1.15*	1.105*	1.3*	1.04*
	152.08	16.09	46.90	16.08					1.55	1.46	3.350	1.34
FIB bulletin	144.72	15.68	21.94	15.68					1.47	1.42	1.57	1.301
ACI	107.10	13.72	25.78	15.14					1.09	1.24	1.84	1.301
AFGC	120.5	13.02	24.52	15.20					1.22	1.18	1.75	1.26
E.Freyssinet	108.38	11.68	14.70	12.25					1.105	1.06	1.05	1.02
Z. Y. Wu	114.26	12.12	17.90	13.34					1.16	1.102	1.27	1.11
	138.04*	16.2*		18.34*					9.86*	1.47*		1.52*

#### 4.3 DISCUSSION

D'une manière générale, il ressort du tableau 5 de comparaison entre les valeurs calculées analytiquement selon les différents modèles présentés et celles mesurées expérimentalement que les différentes méthodes proposées surestiment les valeurs de la contribution de l'effort tranchant. La comparaison a été faite en prenant en considération les deux types de rupture observées sur les poutres, à savoir le décollement du composite et la rupture du béton tout en sachant que tous les modèles employés dans les calculs de la contribution du composite latéral sont principalement conditionnés par la déformation ou contrainte effective et la hauteur effective. Des six méthodes proposées il a été constaté que l'approche de Freyssinet est très proche des résultats expérimentaux pour les quatre poutres P2, P8, P9, P10. Ce modèle donne les meilleures estimations (de 2.08% à 10%). Il est à remarquer que pour les méthodes de ACI, de Wu et de l'AFGC, les valeurs du rapport  $V_{cal}/V_{exp}$ , dans le cas de la rupture du béton,

sont plus élevées par rapport aux valeurs trouvées dans le cas du décollement du composite, ce qui a conduit à calculer  $V_f$  pour le cas des poutres P2, P8 et P10 en tenant compte du coefficient de réduction. Les résultats trouvés à partir de cette approche sont plus proches de nos résultats expérimentaux sauf pour le cas de la méthode de Shehata [15]. Cette dernière donne de bons rapports (1.15 et 1.08) par rapport à ces méthodes si on considère le mode de rupture du béton. La méthode de la FIB bulletin donne les estimations les plus élevées (34.66% à 60%) par rapport à toutes les autres méthodes. Généralement, la surestimation de la résistance calculée analytiquement par rapport aux résultats expérimentaux s'explique par la surestimation soit de la hauteur effective ou de la déformation effective, soit des contraintes effectives. Shehata [15] s'est intéressé beaucoup plus aux contraintes. La hauteur effective est prise égale à 0.9d de la hauteur utile de la section de la poutre. Le coefficient R dans ce cas est le plus faible enregistré parmi



les valeurs de toutes les autres méthodes. Ce coefficient dépend de la contrainte de cisaillement. Dans le cas de la rupture du béton, les valeurs de  $V_r$  calculées sont proches des résultats expérimentaux de cette étude. Cependant, pour le cas du délaminage du composite, ces valeurs sont très élevées par rapport à l'expérience (cas de la poutre P9).

La formule utilisée par la fédération internationale du béton (FIB) [16] dépend essentiellement de la déformation effective du composite qui est une fonction de la résistance à la compression du béton, du module de Young du composite et de la largeur et de l'épaisseur de composite. La méthode ne tient pas compte de la hauteur effective du composite. La valeur du coefficient de réduction obtenue par cette méthode est la plus élevée et la hauteur effective est celle de la hauteur utile de la section de la poutre ( $d$ ). Cette méthode ne réduit pas de façon significative l'effet du composite. La méthode proposée par ACI introduit directement le coefficient  $R$  dans la formule de calcul de  $V_f$  pour réduire la résistance à la traction du composite. Le coefficient  $R$  dépend de la résistance à la compression du béton ( $f_{cm}$ ) et en particulier de la largeur effective de la bande du composite qui dépend de ce qui est appelé « longueur effective  $l_{fe}$  (ou longueur de transfert) ». Le deuxième paramètre important qui intervient dans cette méthode est la hauteur effective du composite ( $d_f$ ) qui est une fonction de la longueur effective d'ancrage ( $d_{eff} = h_f - c$ ). En plus du coefficient de réduction des contraintes de traction du composite dans les méthodes de l'AFGC et Wu et la limitation de la contrainte de cisaillement de la méthode de Freyssinet, la notion de hauteur effective intervient dans ces trois méthodes. Cette hauteur est la même pour l'AFGC et Freyssinet. Elle est définie par l'enlèvement de la longueur de collage du composite qui est fixée par Freyssinet à 10 cm de la hauteur du tissu du composite latéral ( $h_{eff} = d_f - 10$ ). Entre ces deux méthodes, la valeur du coefficient  $R$  donnée par l'AFGC est plus élevée (0.406), alors que pour la méthode de Freyssinet  $R$  est de l'ordre de 0.107. Cependant, avec la comparaison du rapport  $V_{cal}/V_{exp}$ , la méthode de Freyssinet donne des résultats proches de l'expérience. En plus de l'enlèvement de la longueur d'ancrage qui est fixée à 7 cm, la méthode de WU enlève  $0.1d$ , ce qui revient à  $h_{eff} = d_f - l_{fe} - 0.1d$ . La valeur du coefficient  $R$  de cette dernière est égale à 0.3 (valeur comprise entre celle donnée par Freyssinet et celle donnée par ACI). Cependant, les valeurs du

rapport  $V_{cal}/V_{exp}$  données par Wu sont comprises entre les valeurs trouvées par ces deux méthodes, ce qui signifie l'importance du choix de la hauteur effective du composite.

De la comparaison des modes de renforcement des poutres P2, P8, P9 et P10, le mode d (composite latéral couvrant toute la hauteur de la poutre) donne les meilleurs rapports de  $V_{cal}/V_{exp}$  pour toutes les méthodes. Dans le cas de l'approche de Freyssinet, le rapport est très proche de 1.

## 5. CONCLUSION

Cette première étude permet de tirer les conclusions suivantes :

- Un gain de résistance ultime des poutres renforcées par le TFC allant jusqu'à 51% par rapport au témoin est observé. Ce gain de résistance reste limité pour les poutres normalement armées par rapport à celles faiblement armées.
- Les poutres renforcées présentent un comportement plus rigide avec une réduction significative de la flèche
- Un bon comportement des poutres initialement préfissurées par rapport à la poutre renforcée directement à l'ELU et à l'ELS due à la réduction de la rigidité avec la diminution de la flèche avant la charge de plastification est noté.
- La propagation des fissures est restreinte. Les ouvertures des fissures sont également réduites. Les largeurs des fissures peuvent être réduites par un facteur de 2 à 3 (selon que la poutre est initialement renforcée ou préfissurée) pour les charges maximales.
- Il est possible d'améliorer la résistance à l'effort tranchant en utilisant des bandes en forme de U collées extérieurement, comme il est montré dans les calculs analytiques et par les résultats expérimentaux. Cependant, il demeure difficile d'établir un modèle pour prédire la contribution du composite proprement dit. Il reste à effectuer d'autres études analytiques et expérimentales en jouant sur la hauteur effective d'ancrage du composite latérale et sur le coefficient de réduction des contraintes ou de la déformation effective du composite.
- Enfin, le renforcement de poutres en utilisant des matériaux composites demeure un sujet d'intérêt, notamment du point de vue des méthodes de calcul et de dimensionnement, du mode de rupture et d'ancrage, de même que du point de vue de l'évaluation de leur durabilité en service.

## Remerciements

Les auteurs remercient la société SIKA Alger pour la fourniture de la toile en fibre de carbone (TFC) qui a été utilisée dans cette étude.

## REFERENCES

- [1] Chan T.K., Cheong H. K. & Nguyen D.M., 2001. Experimental investigation on delamination failure of CFRP strengthening beams (ICCMC/IBST), International Conference on Advanced Technologies in Design, Construction and Maintenance of Concrete Structures. Nanyang Technological University, Singapore.
- [2] Khalifa A. & Nanni A., 2002. Rehabilitation of rectangular simply supported RC Beams with shear deficiencies using CFRP Composites, *Construction and Building Materials*, Vol. 16, No. 3, 135-146.
- [3] Stéphane A., 2002. L'application des méthodes de mesures de champs à la caractérisation mécanique des poutres en béton armé réparées par matériaux composites, Thèse de Doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne et Université Jean Monnet, France, 187p.
- [4] Zhang A.H., Wei-liang J. & Gui-bing L., 2006. Behavior of preloaded RC beams strengthened with CFRP laminates, *Journal of Zhejiang University Science A*, Vol. 7 (3), 436-444.
- [5] Deniaud C. & Roger Chen J.J., 2001. Review of shear reinforced polymer sheets, NRC research press., *Can. J. of Civil Engineering*, Vol. 28, 271-281.
- [6] Dreux G., 1985. Calcul pratique du béton armé : règles BAEL 83, 3<sup>ème</sup> édition revue et complétée, Paris, Eyrolles.
- [7] Bonvalet C., 1972. Les applications de la similitude physique à l'étude des structures du génie civil, collection de L'ANRT, Eyrolles.
- [8] Kavyrchine, 1971. Etude structurelle en micro béton, *Annales de l'ITBTP*. 291.
- [9] BAEL, 1992. Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en béton armé suivant la méthode des états limites, Mars 1992.
- [10] EC2, 1991. Eurocode2: calcul des structures en béton armé –ENV 1992-1-1: 1991
- [11] ACI 440.2R-02, 2002. Guide for design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening concrete structure
- [12] Kebaili B., 2006. le béton armé aux états limites, Publications de l'université Badji Mokhtar Annaba, Première édition, 2006-2007, 184p.
- [13] Bazant Z.P. & Cao Z., 1987. Size effect punching *ACI Journal*, 84, 1987, 44-53.

[14] El Houssain R., 2004. Contribution à l'analyse du comportement mécanique de dalles en béton armé renforcées par matériaux composites. Thèse de Doctorat, Université Claude Bernard, Lyon, France, 232p.

[15] Shehata I., Cerqueira E.C. & Pintoc T.M., 2001. Strengthening of RC beams in flexure and shear using CFRP laminate” *Proceedings of FRPRCS-5*, Cambridge, UK. 16-18 July, 97-106.

[16] FIB bulletin 14, 2001. Externally bonded reinforcement for RC structures- technicals report design and externally bonded fibre reinforced polymer reinforcement (FRP EBR) for reinforcement concrete structures, July 2001.

[17] AFGC, 2003. Réparation et renforcement des structures en béton au moyen des matériaux composites, recommandations provisoires, Décembre 2003.

[18] Freyssinet E., 2004. Elément de structure renforcé par un procédé de collage de fibres de carbone, avis technique 3/04-424 (groupe spécialisé N° 3, structure, plancher et autres composants structuraux) Octobre 2004.

[19] Wu Z.Y, 2004. Etude expérimentale du comportement des poutres courtes en béton armé préfissurées et renforcées par matériaux composites sous chargement statique et de fatigue, Thèse de Doctorat de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussée, Paris, 235p.

## Abréviations

- ACI: American Concrete Institute.  
 AFGC : Association Française de Génie Civil  
 BAEL : Béton Armé aux Etats Limites  
 EC2 : Eurocode 2  
 ELS : état limite de service  
 ELU : Etat Limite Ultime  
 FIB : Fédération Internationale du Béton  
 TFC : Tissu de Fibre de Carbone

## Notations

- Af : section du composite  
 As1 : section des armatures tendues  
 As2 : section des armatures comprimées  
 bf : largeur du composite  
 b<sub>w</sub> : largeur de la section  
 c : enrobage du béton  
 d : hauteur utile de la section  
 E<sub>f</sub> : module de Young du composite  
 E<sub>s</sub> : module de Young de l'acier  
 f<sub>c28</sub> : résistance du béton à la compression à l'âge de 28 jours  
 f<sub>cm</sub> : résistance de calcul du béton à la compression  
 Fe : limite d'élasticité des armatures transversales  
 f<sub>f</sub> : résistance en traction du matériau composite  
 f<sub>fe</sub> : résistance effective du tissu latéral  
 f<sub>fib</sub> : résistance en traction de la matrice  
 f<sub>fu</sub> : résistance ultime en traction du composite

$F_{ij}$  : résistance caractéristique à la traction du béton à l'âge de j jour  
 $f_y$  : résistance à la traction de l'acier des cadres  
 $h$  : hauteur de la section  
 $h_f$  : hauteur du composite latéral  
 $h_{fe}$  : hauteur effective du composite latéral  
 $I$  : Moment d'inertie de la section du béton  
 $l_{fe}$  : longueur effective d'ancrage des bandes latérales du composite  
 $M_{ser}$  : moment fléchissant correspondant au calcul de l'ELS  
 $M_u$  : moment fléchissant correspondant au calcul de l'ELU  
 $M_{Rd}$  : moment fléchissant résistant ultime  
 $n_s$  : coefficient d'équivalence entre l'acier et le béton  
 $n_f$  : coefficient d'équivalence entre la toile de fibre de carbone (TFC) et le béton  
 $St$  : espacement des cadres  
 $S_f$  : espacement des bandes latérales du composite  
 $tf$  : épaisseur du composite  
 $V_b$  : contribution individuelle du *béton* à la résistance à l'effort tranchant  
 $V_f$  : contribution des composites à la résistance à l'effort tranchant  
 $V_r$  : résistance à l'effort tranchant  
 $w_{fe}$  : largeur effective de bande du composite  
 $\rho_t$  : taux de renforcement longitudinal  
 $X$  : hauteur de l'axe neutre

$\rho_t$  : taux de renforcement longitudinal  
 $X$  : hauteur de l'axe neutre  
 $Y$  : distance de la fibre inférieure à la fibre neutre  
 $V_s$  : contribution individuelle des armatures transversales, cadres, étriers et parfois les armatures tendues à la résistance à l'effort tranchant  
 $\rho_f$  : taux de renforcement du tissu latéral  
 $\bar{\sigma}_b$  : contrainte admissible dans le béton  
 $\sigma_{sr}$  : contrainte admissible dans le TFC  
 $\sigma_f$  : contrainte de traction dans le TFC  
 $\sigma_{fd}$  : contrainte en traction du composite pour le calcul à l'ELS  
 $\sigma_{fe}$  : contrainte effective du composite  
 $\sigma_{fud}$  : contrainte limite de calcul du composite  
 $\bar{\sigma}_s$  : contrainte dans les armatures tendues  
 $\varepsilon_0$  : déformation initiale dans le tissu (valeur virtuelle)  
 $\varepsilon_c$  : déformation des fibres des extrémités du béton comprimé  
 $\varepsilon_{fud}$  : allongement ultime de calcul du composite  
 $\varepsilon_{se}$  : déformation des armatures tendues  
 $\varepsilon_s$  : déformation élastique des armatures tendues  
 $\varepsilon_f$  : déformation du composite  
 $\varepsilon_{fe}$  : déformation effective du composite  
 $\varepsilon_{s2}$  : déformation des armatures comprimées  
 $\tau_{lim}$  : contrainte limite de cisaillement