

# GRAFIESE VOORSTELLING VAN 'N STROMINGSLYNE VAN 'N JOUKOWSKI - PROFIEL MET BEHULP VAN 'N REKENAAR

MAJ D. STRYDOM\*

Where in the study of aerodynamics it is often necessary to represent flow patterns graphically, the writer illustrates how a desk calculator with plotting facilities and limited memory space can be used to this end. As an example he supplies a programme which can be used to plot flow patterns round a Joukowski wing profile.

## Inleiding

In die studie van lugdinamika ontstaan daar dikwels die behoefte om 'n sekere vloeiopatroon of transformasie grafies voor te stel. Die koms van tafelmodel rekenars met stipfasiliteite het die rekenaarveld vir baie meer mense toeganklik gemaak en kan in 'n groot mate hierdie behoefte bevredig.

Die doel van hierdie bespreking is nie om gevorderde metodes te bespreek waarvoor 'n gevorderde wiskundekennis nodig is nie, maar om 'n direkte metode te volg wat uiters geskik is vir klein rekenars met 'n beperkte geheueruimte. Hierdie besparing aan geheueruimte is ongelukkig ten koste van tydbesparing.

As voorbeeld vir hierdie bespreking word 'n rekenaarprogram bespreek wat die stroomlyne stip van 'n uniforme vloei om 'n Joukowski-vlerkprofiel. Die volledige program verskyn in die aanhangsel.

## Die Joukowski Transformasie

Hierdie transformasie van 'n sirkel na 'n gekromde vlerkprofiel kom in die meeste handboeke oor die Lugdinamika voor. Die bespreking hier sluit net dié aspekte in wat van belang is om die rekenaarprogram te verstaan.

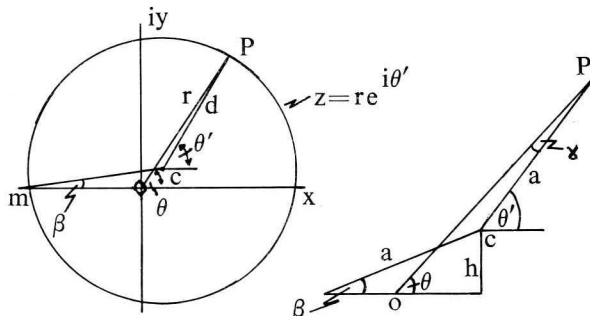


Fig 1.

Die sirkel word horisontaal sowel as vertikaal vana die oorsprong verskuif.<sup>1</sup> Laat die horisontale breukdeelverskuiwing  $e$  wees en die werklike verskuiwing  $be$ , terwyl die vertikale verskuiwing  $h$  is. Vir  $h$  klein volg uit fig 1 dat

$$h = a \sin \beta = b(1+e)\beta$$

tot die eerste orde van klein hoeveelhede. Uit fig 1 volg ook dat

$$\begin{aligned} x &= a \cos \theta' & + be \\ y &= a \sin \theta' & + b \beta (1 + e) \end{aligned}$$

Die Joukowski transformasieformule is

$$\zeta = z + \frac{b^2}{z}$$

$$\text{of } \xi + i\eta = x + iy + \frac{b^2}{x + iy}$$

wat, wanneer reële en inaginêre gedeeltes geskei word, die volgende koördinate vir enige punt in die getransformeerde vlak gee:

$$\xi = x \left\{ 1 + \frac{b^2}{x^2 + y^2} \right\}$$

$$\eta = y \left\{ 1 - \frac{b^2}{x^2 + y^2} \right\}$$

Die dikte/koordverhouding van die profiel word gegee deur  $1,299e$  en die persentasie kromming deur  $\frac{1}{2}\beta \cdot 100\%$ . Die hoeveelheid sirkulasie benodig om die stagnasiepunt na die agterpunt van die vlerk te verskuif, word gegee deur

$$K = 4\pi aU \sin(\alpha + \beta)$$

\*Majoor D. Strydom is dosent in Lugvaartkunde aan die Militêre Akademie, Saldanhaabaai.

1. Houghton, E. L. en Brock, A. E.: *Aerodynamics for Engineering Students*, (Londen, 1972), p286.

2. *Ibid*, 288.

waar  $\alpha$  die invalshoek en  $U$  die vrystroomsnelheid is.<sup>3</sup>

Aangesien die rekenaar waarop hierdie stip uitgevoer is (Hewlett-Packard 9830A), nie 'n grafiek deur 'n gegewe hoek kan draai nie, word elke punt omgeskakel na polaarcoördinate, deur die invalshoek gedraai en as volg gestip:

$$x = r \cos(\theta + \alpha)$$

$$y = r \sin(\theta + \alpha)$$

**Lineêre Interpolasie**

Om die tyd wat die rekenaar neem om die koördinate van 'n gegewe stroomfunksiewaarde te vind, te verminder word van lineêre interpolasie gebruik gemaak. Na drie of vier herhaalde interpolasies word 'n waarde met 'n absolute fout van kleiner as 0,001 gevind. Die beginsel van lineêre interpolasie blyk uit Fig 2 waar  $H$  die verlangde waarde en  $G_1$  en  $G_2$  berekende waardes is.  $Y_1$  en  $Y_2$  word arbitrêr bepaal.

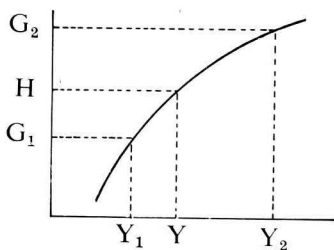


Fig 2.

$$\frac{Y - Y_1}{Y_2 - Y_1} = \frac{H - G_1}{G_2 - G_1}$$

waaruit die interpolasieform

$$Y = \frac{H - G_1}{G_2 - G_1} (Y_2 - Y_1) + Y_1$$

volg.

'n Gewysigde vorm van interpolasie word in die program gevolg wat verseker dat die staplengte konstant bly.

```

10 SCALE -4,4,-3,3
20 DISP "CHORD";
30 INPUT C
40 DISP "THICKNESS/CHORD %";
50 INPUT T
60 DISP "CAMBER %";
70 INPUT B1
80 DISP "INCIDENCE - DEG";
90 INPUT A1
100 A1=A1*PI/180
110 DISP "AIR SPEED - M/S";
120 INPUT U
130 REM***** CONSTRUCTION OF CIRCLE *****
    
```

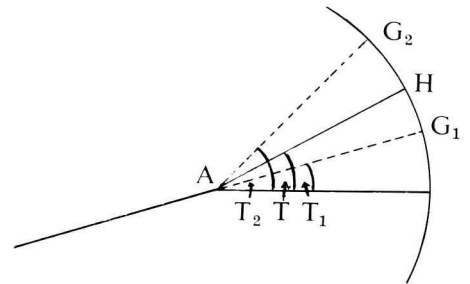
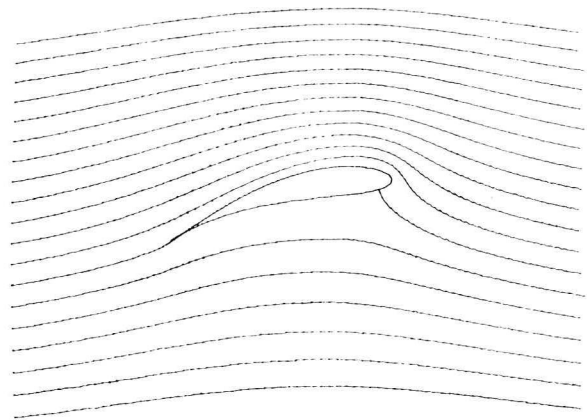


Fig 3.

Gestel  $A$  fig (3) is die nuutste punt wat gestip is met 'n stroomfunksiewaarde  $H$ . 'n Volgende punt word nou gesoek by 'n punt  $G_1$  met koördinate  $(d, T_1)$  relatief tot  $A$ , waar  $T_1$  die vorige rigting van die stroomlyn met betrekking tot die assestelsel is. Indien  $G_1$  verskil van  $H$ , word 'n volgende punt  $G_2$  met koördinate  $(d, T_2)$  ondersoek, waar  $T_2 = T_1 + \delta$ . Daarna word lineêre interpolasie gebruik om die korrekte hoek  $T$  te vind met die formule.

$$T = \frac{H - G_1}{G_2 - G_1} (T_2 - T_1) + T_1$$

Die verdere stellings in die program sien toe dat die stip binne die beperkings van die skaalstelling uitgevoer word.



Stroomlyne om 'n Joukowski profiel.

3. Ibid, 290.

```

B=C/4
E=T/129.9
A=B*(1+E)
B1=B1+0.02
FOR I=0 TO 2*PI STEP PI/60
X3=A*COSI+B*E
Y3=A*SINI+A*B1
GOSUB 1160
PLOT X5,Y5
NEXT I
PEN
REM ***** ADDITION OF CIRCULATION *****
K=4*PI*A*U*SIN(A1+B1)
X9=-5
FOR H=-112 TO 48 STEP 8
X=X9
Y=A
GOSUB 1010
REM ***** LINEAR INTERPOLATION *****
Y1=Y
G1=G
Y=A+0.1
GOSUB 1010
Y2=Y1
Y1=Y
G2=G1
G1=G
Y=(H-G1)/(G2-G1)*(Y2-Y1)+Y1
GOSUB 1010
IF ABS(H-G)>0.001 THEN 370
GOSUB 1040
IF X5>-4 THEN 480
X9=X+0.5
GOTO 290
PLOT X5,Y5
X9=X
Y1=Y
X1=X
T=0
X=X1+COST*0.1
Y=Y1+SINT*0.1
GOSUB 1010
IF ABS(H-G)<0.001 THEN 710
G1=G
T1=T
T=T+0.02
X=X1+COST*0.1
Y=Y1+SINT*0.1
GOSUB 1010
IF ABS(H-G)<0.001 THEN 710
G2=G1
G1=G
T2=T1
T1=T
T=(H-G1)/(G2-G1)*(T2-T1)+T1
IF (X+2+Y+2)<A+2 THEN 860
GOTO 600

```

```

710 GOSUB 1040
720 IF ABSX5>4 THEN 830
730 IF Y5>3 THEN 790
740 IF Y5<-3 THEN 830
750 PLOT X5,Y5
760 Y1=Y
770 X1=X
780 GOTO 530
790 PEN
800 Y1=Y
810 X1=X+0.2
820 GOTO 530
830 PEN
840 NEXT H
850 END
860 D=0.1-(A-SQR(X↑2+Y↑2))
870 X=X1+COST*D
880 Y=Y1+SINT*D
890 GOSUB 1040
900 PLOT X5,Y5
910 PEN
920 X=-X
930 GOSUB 1040
940 PLOT X5,Y5
950 Y1=Y
960 X1=X
970 T=-T
980 GOTO 530
990 STOP
1000 REM ***** CALCULATION OF STREAM FUNCTION VALUE *****
1010 G=U*Y+(A↑2/(X↑2+Y↑2)-1)-K/2/PI*LOG(SQR(X↑2+Y↑2)/A)
1020 RETURN
1030 REM ***** SHIFT POSITION ACCORDING TO OFFSET CIRCLE *****
1040 X3=X+B+E
1050 Y3=Y+A+B1
1060 R=SQR(X3↑2+Y3↑2)
1070 IF X3#0 THEN 1090
1080 X3=1E-10
1090 T5=ATN(Y3/X3)
1100 IF X3>0 THEN 1130
1110 T5=T5+PI
1120 REM *****TURN GRAPH THROUGH INCIDENCE *****
1130 X3=R*COS(T5-A1)
1140 Y3=R*SIN(T5-A1)
1150 REM ***** TRANSFORMATION OF POSITION *****
1160 X5=X3+(1+B↑2/(X3↑2+Y3↑2))
1170 Y5=Y3+(1-B↑2/(X3↑2+Y3↑2))
1180 R=SQR(X5↑2+Y5↑2)
1190 IF X5#0 THEN 1210
1200 X5=1E-10
1210 T5=ATN(Y5/X5)
1220 IF X5>0 THEN 1250
1230 T5=T5+PI
1240 REM ***** TURN GRAPH THROUGH INCIDENCE *****
1250 X5=R*COS(T5+A1)
1260 Y5=R*SIN(T5+A1)
1270 RETURN
1280 STOP

```