

**SEMI-THEORETICAL APPROACH TO THE EFFECT OF ROUGHNESS ON
THE RELATIVE HEIGHT OF THE HYDRAULIC RESSAGE EVOLVING IN A
TRIANGULAR CHANNEL**

S. Kateb^{*1}, A. Ghomri², M. Debabeche³

¹Laboratoire de Recherche exploitation et valorisation des ressources naturelles en zone arides,
Université de Ouargla, Algeria

²Laboratoire de recherche en hydraulique souterraine et de surface, Université d'El Oued,
Algeria

³Laboratoire de Recherche en Génie Civil, Hydraulique, Développement Durable et
Environnement, Université de Biskra

Received: 13 December 2018 / Accepted: 25 December 2018 / Published online: 01 January 2019

ABSTRACT

The study aims to analyze the theoretical and experimental jump evolving in a triangular channel with a rough bottom. The principal goal of the study is to find a general relationship connecting the relative downstream height and the channel bottom roughness. This study will show also that the channel roughness contributes in the decrease of the downstream height of the jump.

Keywords: Hydraulic jump, triangular channel, stilling basin, channel rough bottom

Author Correspondence, e-mail: samirkateb16@gmail.com

doi: <http://dx.doi.org/10.4314/jfas.v11i1.32>

1. INTRODUCTION

La présente étude est une tentative, de trouver une relation semi-théorique de la forme $f(Y, F_1, Cr)$, tels que Y est le rapport des hauteurs conjuguées du ressaut, F_1 est le nombre de



Froude incident et C_r est le coefficient de résistance. Ce dernier exprime l'effet de la rugosité des parois du canal triangulaire sur le ressaut hydraulique. Cette étude sera divisée en deux parties. La première partie sera consacrée au développement de l'approche théorique et à travers le second partie nous tenterons de trouver, en utilisant les données expérimentales, la relation qui lie le coefficient C_r de résistance à la rugosité absolue ϵ .

2. ANALYSE THÉORIQUE

La Fig. 1 montre un ressaut contrôlé par seuil dans un canal de section droite triangulaire symétrique à angle d'ouverture de 90° à parois rugueuses. Le seuil dénoyé est placé à l'extrémité aval du canal, afin de surélever le plan d'eau à l'aval. h_1 et h_2 représentent les hauteurs conjuguées respectivement de la section initiale et finale du ressaut.

L'écoulement étant en régime torrentiel à l'amont et fluvial à l'aval.

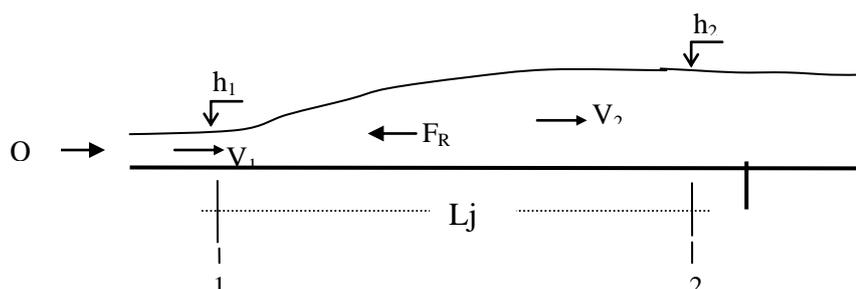


Fig.1. Ressaut contrôlé par un seuil un canal triangulaire à parois rugueuses. Schéma de définition

Etant donnée les hypothèses simplificatrices suivantes :

- ✓ la répartition hydrostatique des pressions, dans les sections amont et aval ;
- ✓ les frottements entre les particules d'eau et les parois du canal sont négligeables ;
- ✓ la pente du canal est faible ou presque nulle ;
- ✓ la résistance de l'air est négligeable, l'écoulement est permanent ;

On peut appliquer l'équation de quantité de mouvement entre les sections initiale et finale du ressaut, en tenant compte de la force de résistance F_R due à la rugosité appliquée aux parois du canal. Cette équation s'écrit comme suit :

$$F_1 - F_2 - F_R = \rho Q V_2 - \rho Q V_1 \quad (1)$$

où : F_1 et F_2 sont respectivement les forces de pression s'exerçant sur les sections amont et aval

du ressaut : $F_1 = P_1 A_1$ et $F_2 = P_2 A_2$

V_1 et V_2 sont respectivement les vitesses aux sections amont et aval du ressaut,

ρ est la masse volumique du liquide, Q est le débit volume.

pour un canal triangulaire à angle d'ouverture de 90° , $m = 1$.

F_R est la force de résistance due à la rugosité des parois du canal, dont l'expression est la suivante :

$$F_1^2 = \frac{Q^2}{g A_1^3} \frac{\partial A_1}{\partial h} \quad (2)$$

- La longueur relative L_j/h_1 du ressaut.

- le rapport $Y=h_2/h_1$ des hauteurs conjuguées du ressaut.

$$F_R = C_p \rho g L_j \left(j \frac{V_1^2}{2g} \right) p \quad (3)$$

g : l'accélération de la pesanteur (m/s^2) ;

L_j : Longueur du ressaut (m) ;

C_p : un coefficient due à la rugosité ;

p : Périmètre mouillé du canal.

L'équation (1) peut s'écrire alors sous la forme :

$$P_1 A_1 - P_2 A_2 - C_p \rho g L_j \left(j \frac{V_1^2}{2g} \right) p = \rho Q V_2 - \rho Q V_1 \quad (4)$$

P étant la pression hydrostatique.

L'expression (4) s'écrit pour un canal triangulaire sous la forme suivante :

$$\rho g \bar{h}_1 A_1 - \rho g \bar{h}_2 A_2 = \rho Q^2 \left(\frac{1}{h_2^2} - \frac{1}{h_1^2} \right) + C_p \rho g L_j \left(j \frac{V_1^2}{2g} \right) p \quad (5)$$

- Les aires des sections 1 et 2 ont pour expressions : $A_1 = h_1^2$ et $A_2 = h_2^2$

- Les positions des centres de gravité des sections mouillées A_1 et A_2 : sont respectivement :

$$\bar{h}_1 = \frac{h_1}{3} \quad \text{et} \quad \bar{h}_2 = \frac{h_2}{3} .$$

- Les vitesses : $V_1 = \frac{Q}{h_1^2}$ et $V_2 = \frac{Q}{h_2^2}$

- $Y = h_2/h_1$ étant le rapport des hauteurs conjuguées du ressaut.

- Le nombre de Froude incident de la section triangulaire est : $F_1^2 = \frac{2Q^2}{gm^2h_1^5}$

pour un canal triangulaire à angle d'ouverture de 90° , $m = 1$. L'équation (5) devient :

$$pg\left(\frac{h_1^3}{3} - \frac{h_2^3}{3}\right) = pQ^2\left(\frac{1}{Y^2h_1^2} - \frac{1}{h_1^2}\right) + C_p gL_j\left(\frac{Q^2}{2gh_1^4}\right)p \quad (6)$$

$$\frac{2}{3F_1^2} = \frac{\left(1 - \frac{L_j C \sqrt{2}}{Y h_1}\right)}{Y^2} + \frac{\left(\frac{L_j C \sqrt{2}}{Y h_1} + Y^3 - Y^2\right)}{Y^2(1 - Y^3)} \quad (7)$$

soit $K = \frac{L_j C \sqrt{2}}{Y h_1}$

$$\frac{2Y^2(1 - Y^3)}{3(1 - Y^2)} = F_1^2\left(1 - \frac{KY^3}{Y^2 - 1}\right) \quad (8)$$

on pose $C_r = \frac{KY^3}{Y^2 - 1}$

En remplaçant K par sa valeur, le rapport C_r s'écrit comme suit :

$$C_r = \frac{L_j C Y}{(Y^2 - 1)h_1} \quad (9)$$

Remplaçant (8) dans la relation (9) on obtient la relation finale (10) :

$$F_1^2(1 - C_r) = \frac{2Y^2(1 - Y^3)}{3(1 - Y^2)} \quad (10)$$

Pour recouvrement total de canal

En effet, cette expression est semi-théorique du fait que le coefficient de résistance C_r , ne peut être trouvé qu'à partir de données expérimentales.

Pour un coefficient C_r nul, l'expression (10) revient à l'équation théorique (6) de Hager et Wanoschek (1987) d'un ressaut hydraulique évoluant dans un canal triangulaire à parois parfaitement lisse :

En outre, à travers une analyse expérimentale, l'expression (10) nous permettra d'évaluer la

variation du coefficient C_r en fonction des autres caractéristiques du ressaut hydraulique.

3. EXPERIMENTATION

3.1. Procédure expérimentale

L'étude expérimentale s'est intéressée au ressaut hydraulique contrôlé par seuil dans un canal triangulaire symétrique à angle d'ouverture de 90° , à parois rugueuses. En effet, quatre rugosités absolues ont été testées : ε (mm) = 4.53, 6.04, 7.11, 8.73. L'expérimentation a été menée sous sept hauteurs initiales : h_1 (mm) = 18, 25, 30, 34, 40, 44, et 51. Une large gamme des nombres de Froude incidents a été ainsi obtenue : $4 < F_1 < 24$. La formation du ressaut contrôlé est conditionnée par la mise en place d'un seuil à l'aval de l'écoulement, pour cela des seuils de différentes hauteurs ont été utilisés. Pour une hauteur s de seuil placé à l'extrémité aval du canal et pour une hauteur h_1 de l'écoulement incident, l'augmentation du débit volume Q , provoque l'apparition d'un ressaut. Le couple de valeur (Q, h_1) permet en outre le calcul du nombre de Froude F_1 de l'écoulement incident.

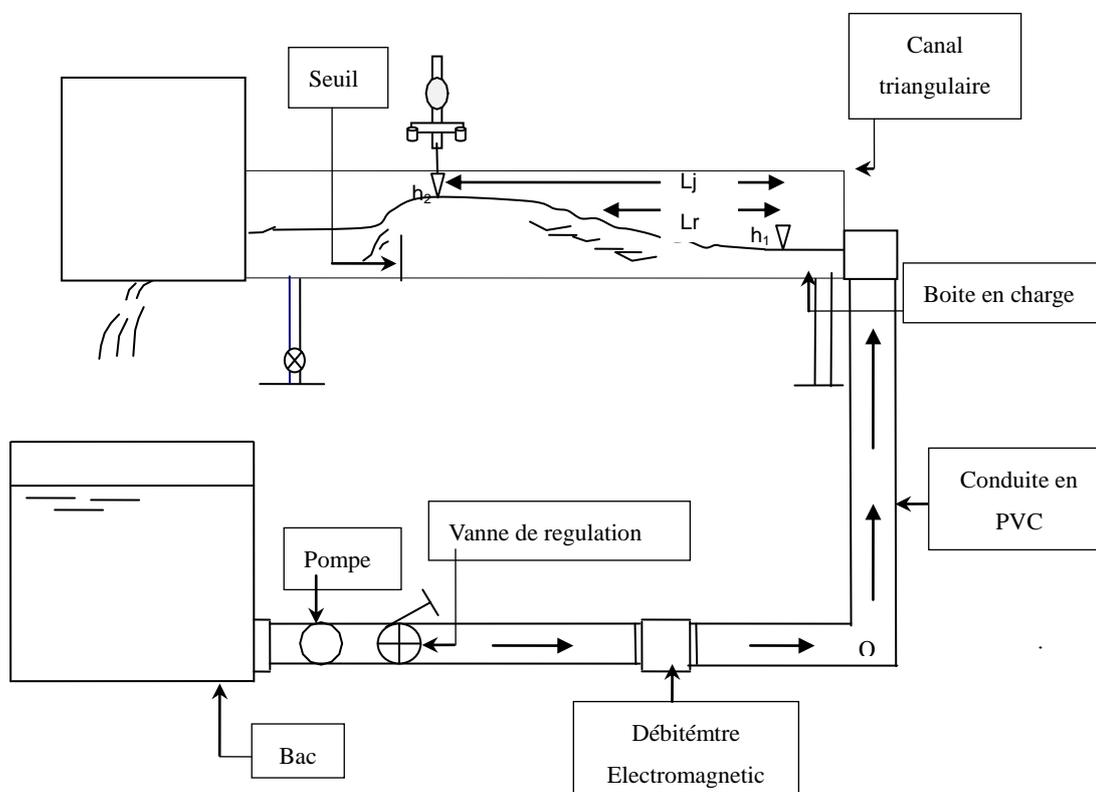


Fig.2. Model expérimental

L'accroissement de F_1 entraîne à la fois le déplacement du ressaut vers l'aval et l'augmentation de sa longueur de ressaut L_j . La distance Δx sur laquelle le ressaut s'étend augmente également et pour ramener celui-ci dans sa position initiale, c'est à dire à environ 5 cm de la sortie du convergent, le seuil de hauteur s doit être surélevé. Ainsi à chaque valeur du nombre de Froude F_1 correspond une valeur de la longueur L_j de ressaut et une valeur de la hauteur s du seuil.

Un échantillon constitué d'une soixantaine de points de mesures expérimentales, pour chaque caractéristique et pour chaque rugosité des parois, a permis ainsi d'aboutir à des résultats assez significatifs.

Les caractéristiques abordées par cette étude expérimentale sont : le débit volume Q , la hauteur initiale h_1 , la hauteur finale h_2 , la longueur L_j du ressaut et la rugosité ε des parois du canal. Celles-ci sont formulées sous forme adimensionnelle pour composer les paramètres suivants :

- Le nombre de Froude F_1 de l'écoulement incident.

$$F_1^2 = \frac{Q^2}{gA_1^3} \frac{\partial A_1}{\partial h} \quad (11)$$

- La longueur relative L_j/h_1 du ressaut.

- le rapport $Y=h_2/h_1$ des hauteurs conjuguées du ressaut.

3.2. Variation du rapport Y des hauteurs conjuguées du ressaut en fonction du coefficient C_r de résistance et du nombre de Froude F_1

L'équation semi-théorique (10) étant implicite en Y , nous avons trouvé une relation approchée qui permet de trouver aisément le rapport Y en fonction du coefficient C_r de résistance des parois du canal et du nombre de Froude F_1 de l'écoulement incident.

La figure (3) montre un nuage de points qui suit parfaitement l'allure d'une courbe unique. L'ajustement des points de mesures par la méthode des moindres carrés non linéaire donne avec une très bonne corrélation la relation puissance suivante :

$$Y = 1,055 F_1^{0,7} (1 - C_r)^{0,35} \quad (12)$$

$$4,53 \leq \varepsilon(\text{mm}) \leq 8,73$$

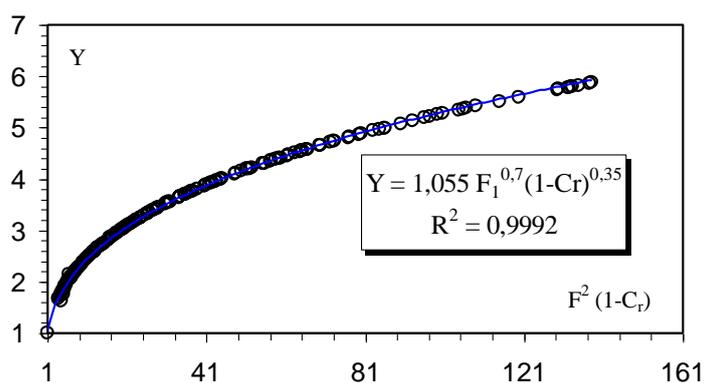


Fig.3. Variation du rapport Y des hauteurs conjuguées en fonction de $F^2(1-C_r)$.

(o) points de mesures expérimentales. (—) Courbe d’ajustement.

La figure 4 montre la comparaison du terme $(1-C_r)$ issue de l’équation semi-théorique (10) avec celui de la relation approchée (12). On remarque que le nuage de points suit parfaitement la première bissectrice, montrant ainsi que la relation (10) représente très bien la relation semi-théorique.

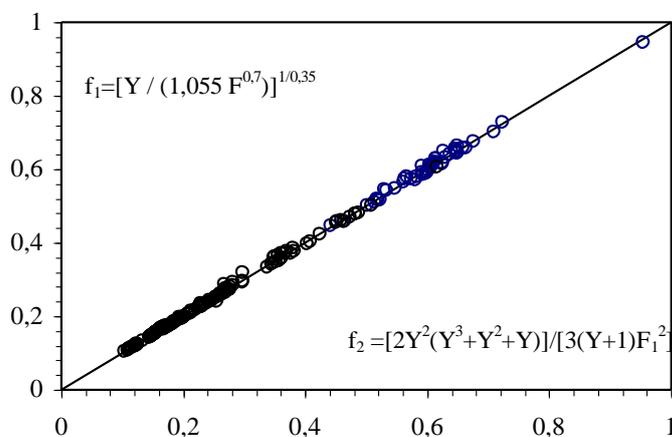


Fig.4. Comparaison $(1-C_r)$ issu de la relation approchée f_1 avec celui de la relation semi-théorique f_2 . (o) points de mesures expérimentales. (—) Courbe d’ajustement.

3.3. Variation du coefficient C_r de résistance en fonction de la rugosité absolue ϵ

Afin de trouver l’expression du coefficient C_r de résistance en fonction de la rugosité absolue ϵ , nous allons représenter sur la figure 5, la variation du terme $2Y^2(1-Y^3)/[3(1-Y^2)]$ en fonction de F_1^2 pour les quatre rugosités absolues : $\epsilon(\text{mm}) = 4.53,$

6.04, 7.11 et 8.73.

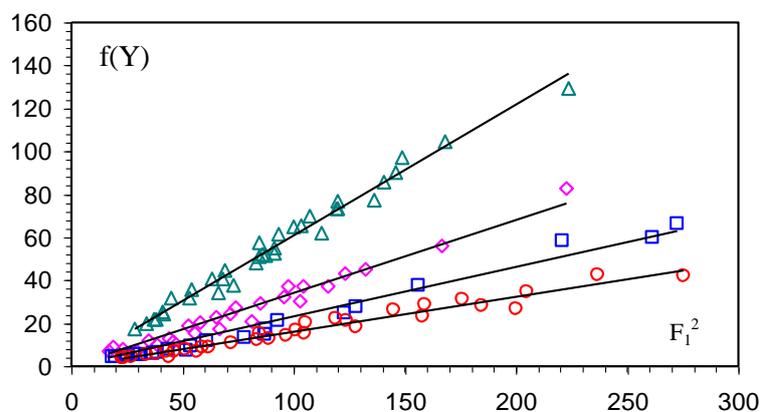


Fig.5. Variation de $f(Y)$ en fonction de F_1^2 , pour quatre rugosités absolues :

$\varepsilon(\text{mm}) = (\Delta) 4.53, (\diamond) 6.04, (\square) 7.11$ et $(o) 8.73$. (—) Courbe d'ajustement.

La figure 6 montre quatre nuages de points distincts, correspondant chacun à une valeur bien déterminée de la rugosité absolue ε . L'analyse des points de mesures expérimentales du ressaut, montre que chaque nuage de points peut s'ajuster avec une droite de la forme $2Y^2(1-Y^3)/[3(1-Y^2)] = d F_1^2$. En comparant avec la relation (10), le terme 'd' représente le facteur $(1-C_r)$.

Le Tableau 1 regroupe les valeurs des coefficients C_r .

Table 1. Coefficient C_r des courbes d'ajustement

ε (mm)	Coefficient (C_r)	R^2
0 (lisse)	0	1
4,53	0,39	0.96
6,04	0,66	0.97
7,11	0,77	0.98
8,73	0,84	0.98

Le tableau 1 montre que le coefficient C_r augmente avec l'augmentation de la rugosité absolue ε . L'ajustement statistique des couples des valeurs (ε, C_r) par la méthode des moindres carrés donne une relation de type linéaire d'équation : $C_r=0,101\varepsilon$. Celle-ci est représentée à la figure 5.

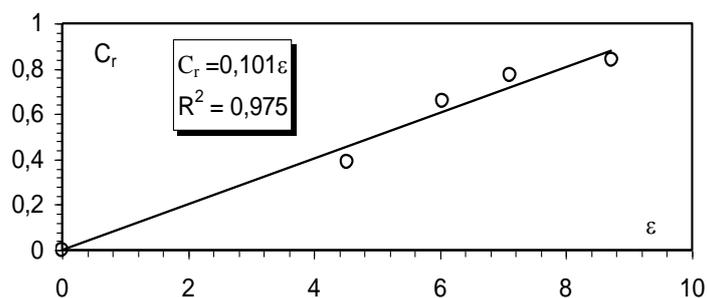


Fig.5. Variation du coefficient C_r en fonction de la rugosité absolue ε

En remplaçant le coefficient C_r par son expression dans la relation : $2Y^2(1-Y^3)/[3(1-Y^2)] = (1-C_r) F_1^2$, l'équation semi-théorique devient :

$$F_1^2 (1 - 0,101\varepsilon) = \frac{2Y^2(1 - Y^3)}{3(1 - Y^2)} \tag{13}$$

$$0 \leq \varepsilon \leq 8,73\text{mm}$$

La figure 6 montre que la relation $f(Y) = \xi (\varepsilon , F_1)$ ajuste avec une bonne corrélation les points de mesures expérimentales et ces derniers suivent parfaitement la première bissectrice, montrant ainsi la fiabilité de la relation (13).

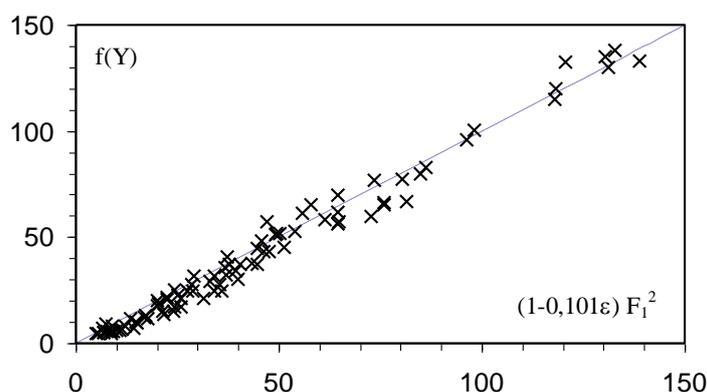


Fig.6. Comparaison $(1-C_r)$ issu de la relation approchée $f(Y)$ avec celui de la relation semi-théorique $(1-0,101\varepsilon)F_1^2$ (o) points de mesures expérimentales.
 (—) Courbe d'ajustement.

4. CONCLUSION

L'étude a abordé, à travers son premier partié, le développement d'une relation semi-théorique de la forme $f(Y, F_1, C_r)$, permettant de trouver le rapport des hauteurs conjuguées connaissant le coefficient de résistance et le nombre de Froude incident.

La seconde partie a été consacré à une analyse expérimentale de l'équation semi-théorique. En effet, nous avons trouvé une relation approchée en remplacement à la relation (10) fortement implicite en Y . Celle-ci permet de trouver le rapport Y des hauteurs conjuguées en fonction du coefficient C_r de résistance des parois du canal et du nombre de Froude F_1 de l'écoulement incident. Le coefficient C_r étant inconnu, il a été nécessaire d'évaluer la relation liant celui-ci à la rugosité absolue ε . Une relation linéaire de la forme $C_r = a \varepsilon$, a été trouvée. Ainsi, l'expression semi-théorique devient de la forme $f(Y, F_1, \varepsilon)$. Néanmoins, il ne nous a pas été possible de formuler la rugosité sous une forme adimensionnelle, afin de rendre l'équation théorique trouvée plus pratique. Pour cela, nous proposons à promotions futures de reprendre le travail et d'essayer de remédier à cette lacune.

6. REFERENCES

- [1] Achour, B. Dissipation d'énergie par ressaut , thèse d'état, Université de Tizi-Ouzou, Institut de Génie-Civil,1998.
- [2] Achour, B. jump flowmeter in a channel of triangular cross-section without weir.J.hydr.res.,27n°2,205-214.
- [3] Achour, B.,Debebeche,M., ressaut hydraulique contrôle par seuil mince dans un canal triangulaire.
Journal of hydraulic research Vol.00,No.0 (2002),pp.1-7.
- [4] Debabeche, M., Ressaut hydraulique dans les canaux prismatiques. Thèse de doctorat d'état, Département d'Hydraulique, Université de Biskra, Algérie,2003 .
- [5] Hager, W., Bremen R., H., Classical Hydraulic jump; sequent depth, J. Hydraulic Research 27(5),565-585,1989.
- [6] Hager, W., Bremen R., H., et Kawogoshi N. Classical Hydraulic jump; length of roller, J. Hydraulic Research 28(5),591-608,1990.

-
- [7] Rajaratnam ,N., Hydraulic jumps on rough beds, Transaction of the engineering institute of Canada, Vol. 11, N° A-2 may 1968.
- [8] Rajaratnam ,N., Hydraulic jumps on corrugated beds, Journal of hydraulic engineering, ASEC, J. Hydraulic Engineering, Vol. 128, N° 7,656-336,july 1,2002.
- [9] Ghomri, A., Debabeche, M., Riguet, F., l'étude semi théorique du ressaut hydraulique évoluant en canal profilé en U à fond rugueux, Revues des sciences fondamentales et appliquées, centre universitaire d'Oued Souf,N⁰01,pp.40-57,2009.
- [10] Ghomri, A., Debabeche, M., Riguet, F., étude expérimentale du ressaut hydraulique évoluant dans un canal profilé en U à fond rugueux , Revues des sciences fondamentales et appliquées, centre universitaire d'Oued Souf, N⁰01, pp.82-105,2009.
- [11].Ghomri, A., Riguet, F., Contribution to the Experimental Study oh the Hydraulic Jump Evolving In An U shaped Channel With Rough Bed , Journal of Fundamental and Applied Sciences, , Université el Oued, N⁰02, pp.254-271,2010.
- [12] Ghomri, A., Debabeche, M., Riguet, F., Effet d'une rugosité au ressaut hydraulique dans un canal profilé en U à fond rugueux, Revues des sciences fondamentales et appliquées, centre universitaire d'Oued Souf, N⁰ 01, pp.94-110,2011.
- [13].Ghomri, A., Debabeche, M., Riguet, F., effect for a single roughness $\varepsilon=9,11$ mm of Experimental to Study Hydraulic Jump Profil In A Channel In U Rough Bottom , Journal of Fundamental and Applied Sciences, , Université el Oued, N02, pp.127-141 ,2012.
- [14] Ghomri, A., Riguet, F., Debabeche, M., Effect for A single roughness $\varepsilon=5,63$ mm of experimental to study hydraulic jump profile in a channel in U a rough bottom, Journal of Fundamental and Applied Sciences, , Université el Oued, N⁰01, pp.25-39,2013
- [15] Kateb, S., Ghomri, A., Debabeche, M., Experimental Study Of The Hydraulic Jump In A Hydraulic Jump In A Sloped Rectangular Channel, Journal of Fundamental and Applied Sciences, , Université el Oued, pp. 10(1), 216-225,2018
- [16] Kateb, S., Ghomri, A., Debabeche, M., Contribution to the Experimental Study of the Hydraulic Jump In Trapezoidal Channel with Positive Slope, Journal of Fundamental and Applied Sciences, , Université el Oued, pp. 10(1), 191-200,2018.

7. LISTE DE NOTATIONS

F_1	Nombre de Froude incident	
G	Accélération de la pesanteur	[m.s ⁻²]
h_1	Hauteur conjuguée amont	[m]
h_2	Hauteur conjuguée aval	[m]
L_r	Longueur du rouleau	[m]
L_j	Longueur du ressaut	[m]
M	Désigne la hauteur relative initiale du ressaut	
m	Cotangente de l'angle d'inclinaison de la paroi du triangle par rapport à l'horizontale	
Q	Débit volume	[m ³ . s ⁻¹]
S	Hauteur relative du seuil	
X	position relative de la marche par rapport au pied du ressaut	[m. s ⁻¹]
Y	Rapport des hauteurs conjuguées	

How to cite this article:

Kateb S, Ghomri A, Debabeche M. Semi-Theoretical Approach To The Effect Of Roughness On The Relative Height Of The Hydraulic Resstage Evolving In A Triangular Channel. J. Fundam. Appl. Sci., 2019, 11(1), 513-524.