

STUDY OF THE SEMI-THEORETICAL RELATION OF THE HYDRAULIC JUMP EVOLVING IN AN U-SHAPED CHANNEL, WITH ROUGH BED

A. Ghomri*, M. Debabeche, F. Riguet

Laboratoire de recherche en Hydraulique Souterraine et de Surface (LARHYSS)
Université de Biskra, BP 145 RP 07000 Biskra, Algérie

Received: 10 October 2009 / Accepted: 12 December 2009 / Published online: 31 December 2009

ABSTRACT

This study has for objective to study the theoretical relation of the hydraulic jump by sill, evolving in an U-shaped channel, with a rough bed. Functional relations, in non-dimensional form, relating the jump characteristics, seeming the effect of the bed's roughness, are obtained. A comparative study with the hydraulic jump in U-shaped channel, with smooth bed is proposed.

Key words: hydraulic jump, chanel U , stilling basin, channel bottom rough

1. INTRODUCTION

L'étude se propose d'étudier la relation théorique du ressaut hydraulique contrôlé par seuil en canal profilé en "U" à fond rugueux. L'étude bibliographique montre que les caractéristiques adimensionnelles essentielles, intervenant au phénomène du ressaut, dans un canal profilé en "U", sont le nombre de Froude IF_1 ou le débit relatif Q^* , la hauteur relative amont $y_1=h_1/D$ (h_1 est la hauteur au pied du ressaut, D est la largeur du canal), la hauteur relative aval $y_2=h_2/D$ (h_2 est la hauteur maximale mesurée à l'aval du ressaut) et le rapport $y=h_2/h_1$ des hauteurs conjuguées du ressaut. À l'exception des travaux de Hager (1987, 1989) et ceux plus récemment de Debabeche (2003) et Achour et Debabeche (2003) qui ont concerné, le ressaut hydraulique en canal profilé en U à fond lisse, ce type de ressaut n'a pas reçu beaucoup d'attention.

Author Correspondence, e-mail: alighomri@yahoo.fr

[ICID: 1040456](#)

Quant au ressaut en canal à fond rugueux, à notre connaissance l'étude la plus connue est celle de Rajaratnam (1968), qui a expérimenté le ressaut hydraulique en canal rectangulaire à fond rugueux. A notre connaissance, le canal profilé en 'U' à fond rugueux, n'a jamais fait l'objet d'étude de ce genre. C'est dans le but de combler cette lacune que cette étude a été proposée.

L'objectif principal de cette étude est d'étudier la relation semi-théorique du ressaut hydraulique contrôlé par seuil, évoluant dans un canal profilé en 'U' à fond rugueux. Des relations fonctionnelles, en termes adimensionnels, liant les différentes caractéristiques du ressaut, faisant apparaître l'effet de la rugosité du fond, seront proposées. Une étude comparative avec le ressaut hydraulique en canal profilé en 'U' à fond lisse sera également proposée.

2. POSITION DU PROBLEME

La modification des conditions à l'amont (débit, hauteurs,...etc) et à l'aval (type d'obstacle, sa position, sa hauteur, ...etc), peut conduire à différentes configurations de ressaut. Le ressaut est dit classique lorsqu'il se forme dans un canal rectangulaire de pente faible ou nulle, sans obstacle à l'aval. Il est dit contrôlé lorsque sa formation est conditionnée par la mise en place d'un obstacle à l'aval de l'écoulement. Il est dit forcé lorsqu'il se forme de part et d'autre de l'obstacle. Le ressaut hydraulique peut évoluer dans des canaux prismatiques ou non prismatiques, à fond lisse ou rugueux

Pour notre cas il s'agit d'un ressaut contrôlé par seuil mince en canal profilé en 'U' à fond demi-circulaire rugueux. trois rugosités équivalentes sont étudiées : $\varepsilon = 0 \text{ mm}$, $\varepsilon = 3,55 \text{ mm}$ et $\varepsilon = 4,3 \text{ mm}$.

En effet, Pour une hauteur initiale h_1 fixe, l'accroissement du débit entraîne à la fois le déplacement du ressaut vers l'aval et l'augmentation de sa longueur de rouleur L_R . La distance Δx sur laquelle le ressaut s'étend augmente également et pour ramener celui-ci dans sa position initiale, c'est à dire à environ 5 cm de la sortie du convergent, le premier seuil de hauteur s doit être surélevé. Ainsi à chaque valeur du nombre de Froude IF_1 ou du débit relatif Q^* , correspond une longueur L_j du ressaut et L_r du rouleur, ainsi qu'une hauteur h_2 à l'aval du ressaut et une hauteur s du seuil (figure 1).

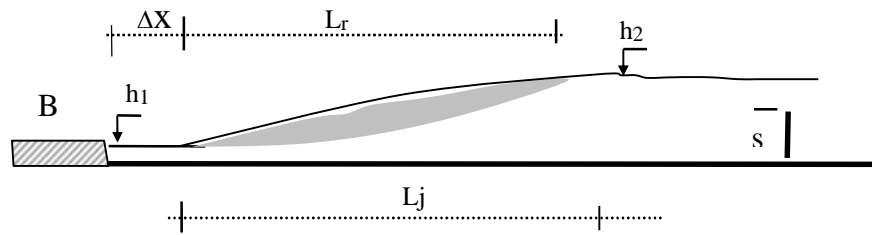


Fig.1. Ressaut contrôlé par seuil mince. h_1 hauteur d'eau amont, h_2 hauteur d'eau aval, s hauteur du seuil, L_r longueur du rouleau de surface, Δx distance séparant la boîte en charge B du pied du ressaut, B boîte en charge.

L'objectif principal de cette étude est d'étudier la relation semi-théorique du ressaut hydraulique contrôlé par seuil, évoluant dans un canal profilé en 'U' à fond rugueux. Des relations fonctionnelles, en termes adimensionnels, liant les différentes caractéristiques du ressaut en canal à fond rugueux, seront proposées. Une étude comparative avec le ressaut hydraulique en canal profilé en 'U' à fond lisse sera également proposée.

Les caractéristiques adimensionnelles du ressaut, concernées par cette étude sont les suivantes : le nombre de Froude IF_1 ; le débit relatif Q^* ; la hauteur relative $S = s/h_1$ du seuil à paroi mince ; la longueur relative L_j/h_1 du ressaut ; la longueur relative L_j/h_2 du ressaut ; la hauteur relative aval $y_2 = h_2/D$; la hauteur relative amont $y_1 = h_1/D$; la rugosité relative ε/D .

Il est nécessaire de noter que le régime d'écoulement de toutes les expérimentations réalisées, se situe dans le domaine du turbulent de transition.

3. PROTOCOLE EXPERIMENTAL

- **Description du modèle**

Le canal de mesure qui nous a servi de banc d'essai (photo. 1) est constitué essentiellement d'une rigole demi-circulaire en 'pvc' de 5,67 m de longueur, sur laquelle est fixée latéralement, d'un côté une tôle en aluminium de 0,50 m de hauteur et de l'autre côté une série de 7 panneaux transparents en Plexiglas permettant les prises de vues et observations. Ces panneaux sont reliés entre eux par collage au chloroforme. Le tout est fixé par boulonnage à une structure métallique rigide. L'étanchéité est assurée par des joints en caoutchouc et par de la silicone.



Photo 1 : Photographie du canal ayant servi à l'expérimentation.

Le fond du canal est parfaitement horizontal (de pente nulle). Un bassin d'alimentation est relié au canal par le moyen d'une conduite circulaire de 100 mm de diamètre. Celle-ci est reliée à une boîte métallique fermée, sur laquelle est insérée une ouverture à paroi plane en tôle de largeur déterminée débouchant dans le canal (photo 1). Le rôle de cette paroi est de générer un écoulement incident à grande vitesse. La section de sortie de celle-ci est variable et sa hauteur correspondra à la hauteur initiale h_1 du ressaut.

Le réglage des débits volumes s'effectue par manipulation de la vanne et sont mesurés à l'aide d'un débitmètre à diaphragme. Les deux prises de pression sortant du diaphragme sont reliées à un manomètre différentiel, permettant de lire la différence Δh des cotes des deux ménisques dans les tubes manométriques. Le débitmètre à diaphragme a été préalablement étalonné à l'aide d'un déversoir à échancrure triangulaire placé dans un canal rectangulaire.

L'alimentation du canal s'effectue par le moyen d'une pompe débitant jusqu'à 40 l/s. Le canal de mesure a été conçu au laboratoire 'LARHYSS' de l'Université de Biskra.

- **Description des essais**

L'étude théorique s'est intéressée au ressaut contrôlé par seuil à paroi mince dans un canal profilé en "U", à fond demi-circulaire rugueux.

L'expérimentation a été menée sous quatre hauteurs initiales ($h_1(\text{cm}) = 2.3, 3.40, 5.2, 6.1$). Une large gamme des nombres de Froude incidents a été ainsi obtenue ($2.3 < IF_1 < 15$).

Des seuils de différentes hauteurs s ont été testés, afin d'observer leur influence sur le contrôle du ressaut ; treize seuils ont ainsi été confectionnés, dont la hauteur s varie entre 3,4 cm et 19,8 cm.

Pour une hauteur s et une position x du seuil et pour une hauteur h_1 de l'écoulement incident, l'augmentation du débit volume Q , provoque l'apparition d'un ressaut (photo. 2.). Le couple de valeur (Q, h_1) permet en outre le calcul du nombre de Froude IF_1 de l'écoulement incident. L'accroissement de IF_1 entraîne à la fois le déplacement du ressaut vers l'aval et l'augmentation de sa longueur de ressaut L_j . La distance Δx sur laquelle le ressaut s'étend augmente également et pour ramener celui-ci dans sa position initiale, c'est à dire à environ 5 cm de la sortie du convergent, le seuil de hauteur s doit être surélevé. Ainsi à chaque valeur du nombre de Froude IF_1 correspond une valeur de la longueur L_j de ressaut et une valeur de la hauteur s du seuil.

Un échantillon constitué d'une quarantaine de points de mesures expérimentales, pour chaque caractéristique, a permis ainsi d'aboutir à des résultats significatifs. Ces paramètres sont : la rugosité ε du fond du canal, le débit Q , la hauteur initiale h_1 , la hauteur finale h_2 , la hauteur s du seuil, la longueur L_r du rouleau de surface et la longueur L_j du ressaut, compté à partir du début du ressaut.

Ceux-ci permettent de composer les produits adimensionnels suivants :

- le débit relatif Q^* ou le nombre de Froude incident IF_1 ,

$$F_1 = \sqrt{\frac{Q^2 D \sin \alpha}{g \left[\frac{D^2}{4} (\alpha - \sin \alpha \cos \alpha) \right]^3}}$$

$$F_1 = \frac{8Q^* \sqrt{\sin \alpha}}{(\alpha - \sin \alpha \cos \alpha)^{3/2}}$$

$$\alpha \text{ (rd)} = \arccos(1 - 2y_1)$$

$$Q^* = \frac{Q}{\sqrt{gD^5}}$$

- la hauteur relative amont $y_1 = h_1/D$,
- la hauteur relative aval $y_2 = h_2/D$,
- le rapport $y = h_2/h_1$ des hauteurs conjuguées du ressaut.
- la hauteur relative $S = s/h_1$ du seuil,
- la longueur relative L_j/h_1 du ressaut,
- la longueur relative L_j/h_2 du ressaut.
- la rugosité relative ε/D .

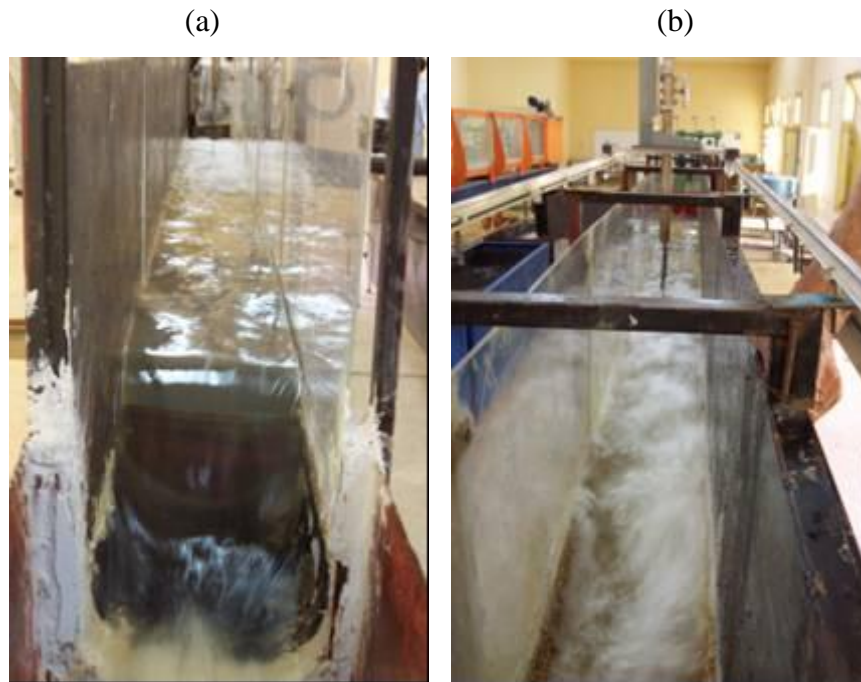


Photo 2: Ressaut hydraulique évoluant dans un canal profilé en U à fond rugueux.

a) Vue à l'amont du ressaut. b) Vue à l'aval du ressaut

- **Mode de préparation de la rugosité utilisée**

Afin d'obtenir un fond demi-circulaire rugueux, avec une répartition uniforme de la rugosité, nous avons procédé selon les étapes suivantes :

- Le tamisage du sable ou gravier de granulométrie différente est effectué par le moyen d'un tamiseur électrique composé par plusieurs tamis de différent diamètres normalisés variant entre 1 et 8mm (photo 3), avec des temps de tamisage bien fixés en relations avec la gamme de gravier à tamiser (moins de 5 minutes).
- Après l'obtention de la gamme de gravier voulue, ce dernier est lavé puis séché.
- Les gammes choisies, varient entre 3 et 5 mm selon le refus du tamis normalisé. Les particules obtenues sont ensuite uniformément réparties sur une toile en plastique, puis collées par le moyen d'une colle forte.
- Enfin, les rugosités équivalentes obtenues sont : $\varepsilon = 3,55$ mm et $\varepsilon = 4,3$ mm

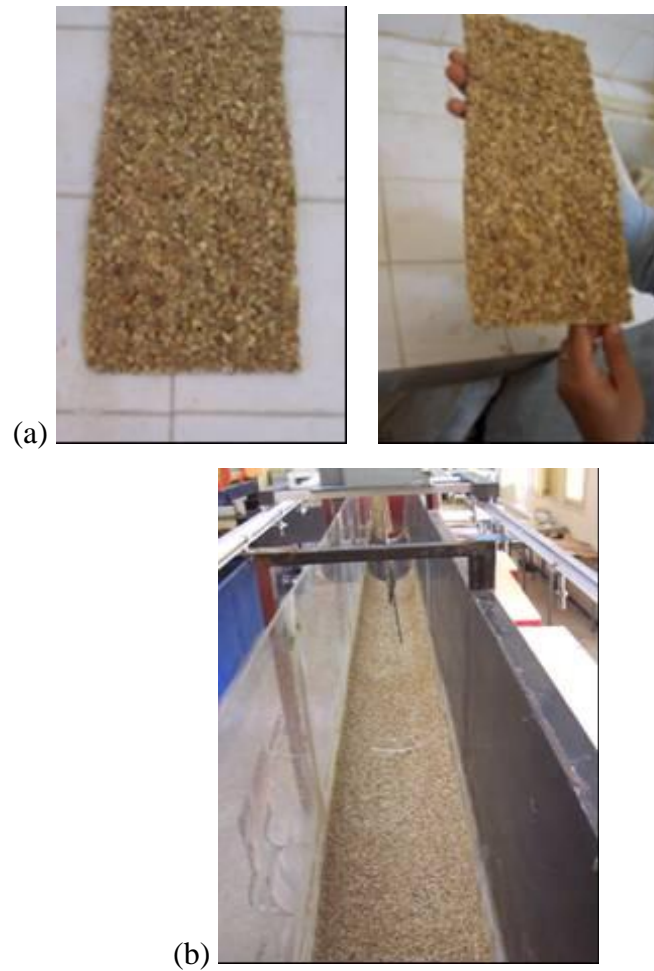


Photo 3: a) Echantillon de grains de gravier de rugosité équivalente $\varepsilon = 3,55$ mm et $\varepsilon = 4,3$ mm b) Grains de gravier répartis uniformément sur le fond du canal.

4. ETUDE SEMI-THEORIQUE

1- Ressaut hydraulique controle en canal profile en “u” a fond rugueux

Analyse Théorique

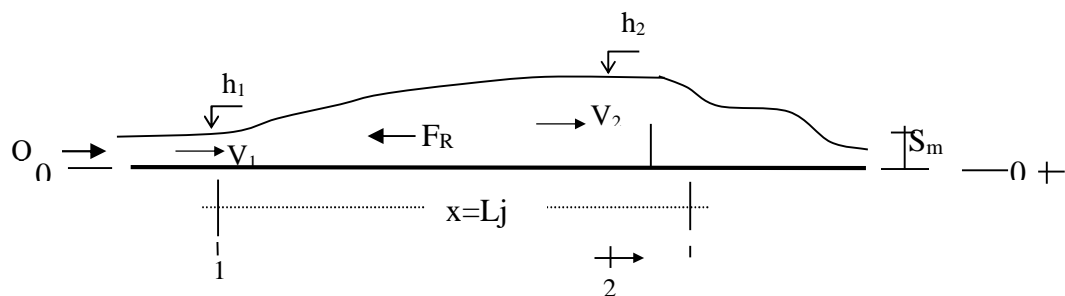


Fig.2. Ressaut contrôlé par un seuil à paroi mince dans un canal Profilé en U à fond rugueux .Schéma de définition.

La figure 2 montre un ressaut contrôlé par un seuil à paroi mince de hauteur géométrique S_m dans un canal profilé en "U" à fond rugueux caractérisé par un diamètre D . Le seuil dénoyé est placé à une distance x environ égale à la longueur L_j du ressaut dont les hauteurs conjuguées h_1 et h_2 . L'écoulement étant en régime torrentiel à l'amont et fluvial à l'aval.

Appliquant l'équation de la quantité de mouvement sous sa forme classique entre les sections 1-1 et 2-2 (figure2), en tenant compte de la force de résistance F_R due à la rugosité appliquée au fond du canal Cette équation est :

$$\bar{h}_1 A_1 + Q^2 / (g A_1) = \bar{h}_2 A_2 + Q^2 / (g A_2) + F_R / \dots g$$

où $\bar{h}_1 = (D^3 / 12 A_1) \sin^3 \theta_1 - (D / 2) \cos \theta_1$ est la position du centre de gravité de la section amont A_1 ,

$\bar{h}_2 = (D / 2)[(y_2 - 1 / 2)(y_2 + 1 / 2 - 2 C_o) + 1 / 6] / (y_2 - C_o)$ est la position du centre de gravité de la section aval A_2 , $\theta_1 = \cos^{-1}(1 - 2 y_1)$.

$F_R = \dots g L_j C (V^2 / 2g) p$, avec p : périmètre du demi circulaire du canal.

Les conditions d'application de l'équation de quantité de mouvement sont :

- La pression est hydrostatique pour les sections amont et aval.
- Les frottements entre les particules d'eau et les parois du canal supposes négligeables.
- La pente du canal est presque nulle ou horizontale.
- La résistance de l'air est négligeable, l'écoulement est permanent et uniforme à l'amont du canal.

L_j : la longueur du ressaut (m), C : coefficient de la force de résistance .

ρ : la masse volumique du liquide (kg/m^3)

$$\text{on a: } V_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{Q}{\frac{D^2}{4} (\theta_1 - \sin \theta_1 \cos \theta_1)}, \quad V_1^2 = \frac{Q^2}{\left[\frac{D^2}{4} (\theta_1 - \sin \theta_1 \cos \theta_1) \right]^2},$$

$$\frac{V_1^2}{2g} = \frac{Q^2}{2g(A_1)^2} = \frac{8Q^2 D}{gD^5 [(\theta_1 - \sin \theta_1 \cos \theta_1)]^2} = \frac{8q^2 D}{[(\theta_1 - \sin \theta_1 \cos \theta_1)]^2}$$

$$\text{Avec } F_1^2 = \frac{Q^2 D \sin \theta_1}{g \left[\frac{D^2}{4} (\theta_1 - \sin \theta_1 \cos \theta_1) \right]^3} = \frac{64q^2 \sin \theta_1}{(\theta_1 - \sin \theta_1 \cos \theta_1)^3} \quad \text{et} \quad q^2 = \frac{Q^2}{gD^5}$$

D'ou:
$$\frac{V_1^2}{2g} = F_1^2 \frac{D(\nu_1 - \sin \nu_1 \cos \nu_1)}{8 \sin \nu_1}$$

$$A_1 = \frac{D^2}{4}(\nu_1 - \sin \nu_1 \cos \nu_1); A_2 = \frac{fD^2}{8} + \left(h_2 - \frac{D}{2}\right)D = \frac{fD^2}{8} + h_2D - \frac{D^2}{2} ; P = \frac{fD}{2}$$

L'équation de quantité de mouvement classique est :

$$\frac{Q^2}{gA_1} - \frac{Q^2}{gA_2} - C \frac{V_1^2}{2g} L_j P = \hbar_2 A_2 - \hbar_1 A_1 \quad (1)$$

Remplaçant $V_1^2/2g$ par leur expression dans l'équation (1)

$$\frac{Q^2}{g} \left(\frac{A_2 - A_1}{A_2 A_1} \right) - C F_1^2 \frac{D(\nu_1 - \sin \nu_1 \cos \nu_1)}{8 \sin \nu_1} L_j P = \hbar_2 A_2 - \hbar_1 A_1 \quad (2)$$

On multiplie les deux membres de l'équation (2) par : $\frac{A_2 A_1}{A_2 - A_1}$, avec $P = \frac{fD}{2}$

$$\frac{Q^2}{g} - C F_1^2 \frac{D(\nu_1 - \sin \nu_1 \cos \nu_1)}{8 \sin \nu_1} L_j \frac{fD}{2} \frac{A_2 A_1}{A_2 - A_1} = \hbar_2 A_2 \frac{A_2 A_1}{A_2 - A_1} - \hbar_1 A_1 \frac{A_2 A_1}{A_2 - A_1} \quad (3)$$

En remplaçant A_1, A_2, \hbar_2 et \hbar_1 par leurs expressions dans la relation (3) et en divisant les deux membres par D^5 : on aura :

$$q^2 - \frac{CD(\nu_1 - \sin \nu_1 \cos \nu_1) F_1^2 L_j f(D/2) \frac{D^2}{4} (\nu_1 - \sin \nu_1 \cos \nu_1) \left(\frac{fD^2}{8} + h_2 D - \frac{D^2}{2} \right)}{8D^5 \sin \nu_1 \left[\left(\frac{fD^2}{8} + h_2 D - \frac{D^2}{2} \right) - \left(\frac{D^2}{4} (\nu_1 - \sin \nu_1 \cos \nu_1) \right) \right]} =$$

$$\left(\frac{D}{2(y_2 - C_0)} \right) \frac{[(y_2 - 1/2)(y_2 + 1/2 - 2C_0) + 1/6] \left(\frac{fD^2}{8} + h_2 D - \frac{D^2}{2} \right)^2 \left(\frac{D^2}{4} (\nu_1 - \sin \nu_1 \cos \nu_1) \right)}{D^5 \left[\left(\frac{fD^2}{8} + h_2 D - \frac{D^2}{2} \right) - \left(\frac{D^2}{4} (\nu_1 - \sin \nu_1 \cos \nu_1) \right) \right]}$$

$$\frac{12 \left(\frac{D^3 \sin^3 \nu_1}{4} (\nu_1 - \sin \nu_1 \cos \nu_1) \right) \left(\frac{D^2}{4} (\nu_1 - \sin \nu_1 \cos \nu_1) \right)^2 \left(\frac{fD^2}{8} + h_2 D - \frac{D^2}{2} \right) + (D/2) \left(\frac{fD^2}{8} + h_2 D - \frac{D^2}{2} \right)^2 \left(\frac{fD^2}{8} + h_2 D - \frac{D^2}{2} \right)}{D^5 \left[\left(\frac{fD^2}{8} + h_2 D - \frac{D^2}{2} \right) - \frac{D^2}{4} (\nu_1 - \sin \nu_1 \cos \nu_1) \right]}$$

en faisant sortir D^7 comme facteur commun entre les deux membres avec $L_j^* = L_j/D$

On obtient :

$$\begin{aligned}
 q^2 - \frac{CF_1^2 L_j^* (f/2) \frac{1}{4} (n_1 - \sin n_1 \cos n_1)^2 \left(\frac{f}{8} + y_2 - \frac{1}{2}\right)}{8 \sin n_1 \left[\left(\frac{f}{8} + y_2 - \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{4} (n_1 - \sin n_1 \cos n_1)\right)\right]} = \\
 \frac{\left[\frac{(y_2 - 1/2)(y_2 + 1/2 - 2C_0) + 1/6}{2(y_2 - C_0)}\right] \left[\left(\frac{f}{8} + y_2 - \frac{1}{2}\right)^2 \frac{1}{4} (n_1 - \sin n_1 \cos n_1)\right]}{\left(\frac{f}{8} + y_2 - \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{4} (n_1 - \sin n_1 \cos n_1)} + \\
 \frac{-\frac{\sin^3 n_1}{12} \frac{1}{4} (n_1 - \sin n_1 \cos n_1) \left(\frac{f}{8} + y_2 - \frac{1}{2}\right) + \frac{\cos n_1}{2} \left(\frac{n_1 - \sin n_1 \cos n_1}{4}\right)^2 \left(\frac{f}{8} + y_2 - \frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{f}{8} + y_2 - \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{4} (n_1 - \sin n_1 \cos n_1)}
 \end{aligned} \tag{4}$$

en faisant sortir également pour le deuxième membre comme facteur commun le

rapport suivent :

$$\frac{\left[\left(\frac{f}{8} + y_2 - \frac{1}{2}\right) \frac{1}{4} (n_1 - \sin n_1 \cos n_1)\right]}{\left[\left(\frac{f}{8} + y_2 - \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{4} (n_1 - \sin n_1 \cos n_1)\right]}$$

$$\begin{aligned}
 q^2 - \frac{CF_1^2 L_j^* (f/2) \frac{1}{4} (n_1 - \sin n_1 \cos n_1)^2 \left(\frac{f}{8} + y_2 - \frac{1}{2}\right)}{8 \sin n_1 \left[\left(\frac{f}{8} + y_2 - \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{4} (n_1 - \sin n_1 \cos n_1)\right)\right]} = \frac{\left[\left(\frac{f}{8} + y_2 - \frac{1}{2}\right) \frac{1}{4} (n_1 - \sin n_1 \cos n_1)\right]}{\left[\left(\frac{f}{8} + y_2 - \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{4} (n_1 - \sin n_1 \cos n_1)\right]} \\
 \left[\frac{(y_2 - 1/2)(y_2 + 1/2 - 2C_0) + 1/6}{2(y_2 - C_0)}\right] \left[\left(\frac{f}{8} + y_2 - \frac{1}{2}\right) - \frac{\sin^3 n_1}{12} + \frac{\cos n_1}{2} \frac{1}{4} (n_1 - \sin n_1 \cos n_1)\right]
 \end{aligned} \tag{5}$$

On multiplie les deux membres de l'équation (5) par l'expression : $\frac{64 \sin n_1}{(n_1 - \sin n_1 \cos n_1)^3}$

L'équation (5) devient :

$$\begin{aligned}
 F_1^2 - \frac{CF_1^2 L_j^* (f/2) \frac{1}{4} (n_1 - \sin n_1 \cos n_1)^2 \left(\frac{f}{8} + y_2 - \frac{1}{2}\right)}{8 \sin n_1 \left[\left(\frac{f}{8} + y_2 - \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{4} (n_1 - \sin n_1 \cos n_1)\right)\right]} \frac{64 \sin n_1}{(n_1 - \sin n_1 \cos n_1)^3} = \\
 \frac{64 \sin n_1}{(n_1 - \sin n_1 \cos n_1)^3} \frac{\left[\left(\frac{f}{8} + y_2 - \frac{1}{2}\right) \frac{1}{4} (n_1 - \sin n_1 \cos n_1)\right]}{\left[\left(\frac{f}{8} + y_2 - \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{4} (n_1 - \sin n_1 \cos n_1)\right]} \\
 \left[\frac{(y_2 - 1/2)(y_2 + 1/2 - 2C_0) + 1/6}{2(y_2 - C_0)}\right] \left[\left(\frac{f}{8} + y_2 - \frac{1}{2}\right) - \frac{\sin^3 n_1}{12} + \frac{\cos n_1}{2} \frac{1}{4} (n_1 - \sin n_1 \cos n_1)\right]
 \end{aligned} \tag{6}$$

Après simplification on obtient finalement la relation suivante :

$$F_1^2 \left[1 - \frac{CL_j^* f \left(\frac{f}{8} + y_2 - \frac{1}{2} \right)}{\left[\left(\frac{f}{8} + y_2 - \frac{1}{2} \right) - \left(\frac{1}{4} (n_1 - \sin n_1 \cos n_1) \right) \right] (n_1 - \sin n_1 \cos n_1)} \right] = \frac{8 \sin n_1 \left(\frac{f}{8} + y_2 - \frac{1}{2} \right)}{(n_1 - \sin n_1 \cos n_1)^2 \left[\left(\frac{f}{8} + y_2 - \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{4} (n_1 - \sin n_1 \cos n_1) \right]} \left[\frac{[(y_2 - 1/2)(y_2 + 1/2 - 2C_0) + 1/6] \left(\frac{f}{8} + y_2 - \frac{1}{2} \right) - \frac{\sin^3 n_1}{6} + \frac{\cos n_1}{4} (n_1 - \sin n_1 \cos n_1)}{(y_2 - C_0)} \right] \quad (7)$$

L'équation (7) est sous la forme $F_1^2 (1 - C_R) = f(y_1, y_2)$

Avec:
$$C_R = \frac{CL_j^* f \left(\frac{f}{8} + y_2 - \frac{1}{2} \right)}{\left[\left(\frac{f}{8} + y_2 - \frac{1}{2} \right) - \left(\frac{1}{4} (n_1 - \sin n_1 \cos n_1) \right) \right] (n_1 - \sin n_1 \cos n_1)}$$

D'où l'expression finale est:

$$F_1^2 (1 - C_R) = \frac{8 \sin n_1 \left(\frac{f}{8} + y_2 - \frac{1}{2} \right)}{(n_1 - \sin n_1 \cos n_1)^2 \left[\left(\frac{f}{8} + y_2 - \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{4} (n_1 - \sin n_1 \cos n_1) \right]} \left[\frac{[(y_2 - 1/2)(y_2 + 1/2 - 2C_0) + 1/6] \left(\frac{f}{8} + y_2 - \frac{1}{2} \right) - \frac{\sin^3 n_1}{6} + \frac{\cos n_1}{4} (n_1 - \sin n_1 \cos n_1)}{(y_2 - C_0)} \right] \quad (8)$$

2- Variation du coefficient de résistance relative C_R/y_1 en fonction du nombre de Froude incident F_1 .

La figure 3 représente la variation de coefficient de résistance relative C_R/y_1 en fonction du nombre de Froude incident F_1 , pour trois rugosité équivalentes $\varepsilon=4,3\text{mm}$, $\varepsilon=3,55\text{mm}$ et $\varepsilon=0$ mm.

Elle montre trois nuages de points correspondant chacun une rugosité équivalente.

En effet pour le même nombre de Froude incident, le coefficient relatif de résistance C_R/y_1 augmente proportionnellement avec l'augmentation de la rugosité équivalente respectivement $\varepsilon=4,3\text{mm}$, $\varepsilon=3,55\text{mm}$ et $\varepsilon=0$ mm..

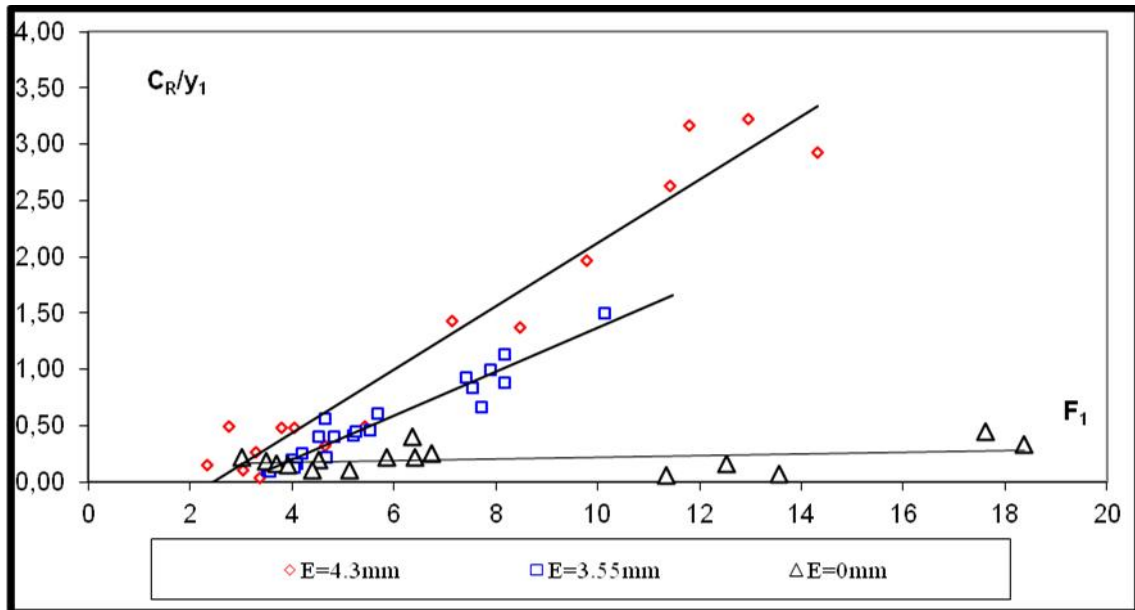


Fig.3. Variation de C_R/y_1 en fonction du nombre de Froude F_1 Pour différentes rugosités équivalentes.

3. Variation du coefficient de résistance relative C_R/y_1 en fonction de la profondeur relative Y .

La figure 4 représente la variation de coefficient de résistance relative C_R/y_1 en fonction de la hauteur relative conjuguée Y , pour trois rugosités équivalentes $\varepsilon=4,3\text{mm}$, $\varepsilon=3,55\text{mm}$ et $\varepsilon=0\text{mm}$. Elle montre trois nuages de points correspondant chacun une rugosité équivalente.

En effet pour la même hauteur relative Y , le coefficient relatif de résistance C_R/y_1 augmente proportionnellement avec l'augmentation de la rugosité équivalente respectivement $\varepsilon=4,3\text{mm}$, $\varepsilon=3,55\text{mm}$ et $\varepsilon=0\text{mm}$.

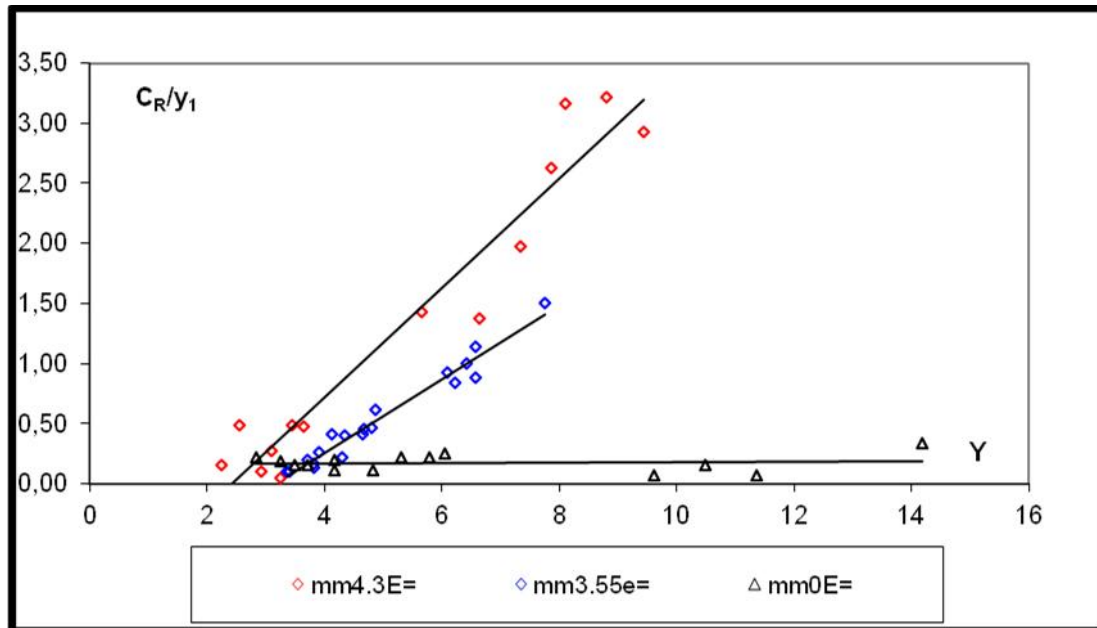


Fig.4. Variation de C_R/y_1 en en fonction de profondeur relative Y

4. Variation de la longueur relative du ressaut L_j/h_1 en fonction du coefficient relatif du résistance C_R/y_1

La figure 5 représente la variation de la longueur relative L_j/h_1 en fonction du coefficient relatif de résistance C_R/y_1 , pour trois rugosités équivalentes $\varepsilon=4,3\text{mm}$, $\varepsilon=3,55\text{mm}$ et $\varepsilon\cong 0\text{ mm}$. Elle montre trois nuages de points correspondant chacun une rugosité équivalente bien déterminée.

En effet pour la même valeur de coefficient relative de résistance C_R/y_1 , la longueur relative L_j/h_1 augmente avec la diminution de la rugosité équivalente, ce qui justifie clairement la réduction de la longueur du ressaut avec l'augmentation de la rugosité.

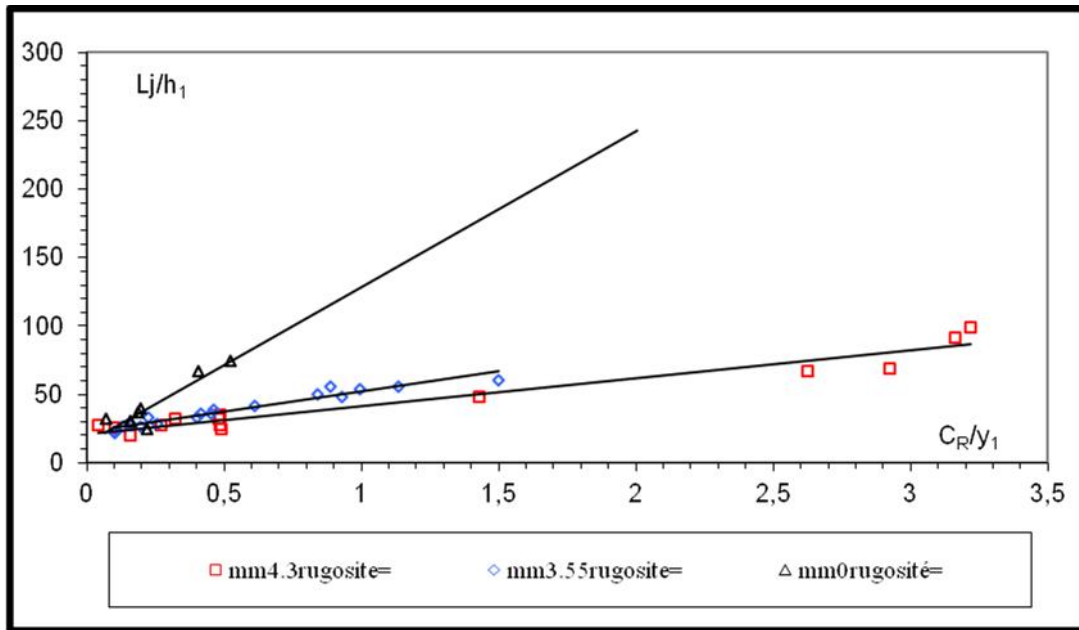


Fig.5. Variation de L_j/h_1 en fonction de C_R/y_1

5. CONCLUSION

Nous avons abordé dans cette étude, une analyse semi -théorique du ressaut hydraulique contrôlé par seuil en canal profilé en U, à fond demi-circulaire rugueux. Trois rugosités équivalentes ont alors été testées : $\varepsilon \cong 0$ mm, $\varepsilon = 3,55$ mm et $\varepsilon = 4,30$ mm. Pour chacune des rugosités équivalentes étudiées, l'expérimentation a été menée sous quatre ouvertures de hauteurs : $2,3 \text{ cm} \leq h_1 \leq 6,1 \text{ cm}$ et dix-sept seuils de hauteurs : $3,40 \text{ cm} \leq s \leq 19,80 \text{ cm}$. Une large gamme de débits relatifs et de nombres de Froude a été ainsi obtenue.

Dans un premier temps nous nous sommes intéressés à la variation de coefficient de résistance relative C_R/y_1 en fonction du nombre de Froude incident F_1 , pour trois rugosité équivalentes $\varepsilon = 4,3 \text{ mm}$, $\varepsilon = 3,55 \text{ mm}$ et $\varepsilon \cong 0$ mm.

Elle montre trois nuages de points correspondant chacun une rugosité équivalente.

Il ressort que pour le même nombre de Froude incident, le coefficient relatif de résistance C_R/y_1 augmente proportionnellement avec l'augmentation de la rugosité équivalente respectivement $\varepsilon = 4,3 \text{ mm}$, $\varepsilon = 3,55 \text{ mm}$ et $\varepsilon \cong 0$ mm.

Dans un second temps, nous avons analysé la variation de coefficient de résistance relative C_R/y_1 en fonction de la hauteur relative conjuguée Y , pour trois rugosités équivalentes $\varepsilon = 4,3 \text{ mm}$, $\varepsilon = 3,55 \text{ mm}$ et $\varepsilon \cong 0$ mm. Elle montre trois nuages de points correspondant chacun une rugosité équivalente.

En effet pour la même hauteur relative Y , le coefficient relatif de résistance C_{R/y_1} augmente proportionnellement avec l'augmentation de la rugosité équivalente respectivement $\varepsilon=4,3\text{mm}$, $\varepsilon=3,55\text{mm}$ et $\varepsilon=0\text{ mm}$.

L'étude semi théorique a permis d'évaluer dans un troisième temps, la variation de la longueur relative L_j/h_1 en fonction du coefficient relatif de résistance C_{R/y_1} , pour trois rugosités équivalentes $\varepsilon=4.3\text{mm}$ $\varepsilon=3,55\text{mm}$ et $\varepsilon=0\text{ mm}$.

Elle montre trois nuages de points correspondant chacun une rugosité équivalente bien déterminée.

En effet pour la même valeur de coefficient relative de résistance C_{R/y_1} , la longueur relative L_j/h_1 augmente avec la diminution de la rugosité équivalente, ce qui justifie clairement la réduction de la longueur du ressaut avec l'augmentation de la rugosité. L'étude semi -théorique montre enfin, que pour une gamme très pratique des nombres de Froude, le ressaut à fond rugueux est plus compact que sont homologue 'a fond lisse'.

Cela dit, d'une manière générale nous pouvons conclure, que pour une gamme pratique des nombres de Froude incident, le ressaut hydraulique en canal profilé en 'U' à fond rugueux, présente une longueur de ressaut assez réduite et une hauteur aval moindre que son homologue à fond lisse.

Principales notations

D	Diamètre, largeur du canal	[m]
IF_1	Nombre de Froude à l'amont du ressaut	[-]
g	Accélération de la pesanteur [m/s ²]	
h_1	Hauteur initiale du ressaut	[m]
h_2	Hauteur finale du ressaut	[m]
H	Charge totale	[m]
ΔH	Perte de charge due au ressaut	[m]
L_j	Longueur du ressaut	[m]
L_r	Longueur du rouleau	[m]
L_j^*	Longueur du ressaut classique	[m]
m	Cotangente de l'angle d'inclinaison d'un talus	[-]
P	Pression [N/m ²]	
Q	Débit volume [m ³ /s]	
Q^*	Débit relatif	[-]
R_h	Rayon hydraulique	[m]
Re	Nombre de Reynolds	[-]
s	Hauteur d'un seuil	[m]
S	Hauteur relative d'un seuil	[-]
V	Vitesse d'écoulement	[m/s]
x	Coordonnée longitudinale	[m]
X	Position d'un seuil [m], coordonnée relative longitudinale	[-]
Y	Rapport des hauteurs conjuguées	[-]
y_1	hauteur relative amont du ressaut (h_1/D)	[-]
y_2	hauteur relative aval du ressaut (h_2/D)	[-]
ε	Rugosité équivalente	[mm]
δ	Perte de charge relative ($\Delta H/h_c$)	[-]
λ	Longueur relative	[-]
ρ	Masse volumique [Kg/m ³]	
ϖ	Poids spécifique	

6. REFERENCES

- [1] Achour B., Debabeche M. Ressaut contrôlé par seuil dans un canal profilé en U. Journal of hydraulic research. 2003, 46, 97-103.
- [2] Bretz N. V. Ressaut Hydraulique Forcé par seuil, Laboratoire de constructions Hydrauliques, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Département de Génie Civil, 1988.
- [3] Debabeche M., Achour B. Ressaut hydraulique classique en canal profilé en "U". 1^{ER} Séminaire Sur L'eau, Université de Mascara, 2000.
- [4] Debabeche M., Achour B. Forced hydraulic jump in U-shaped channel. 29 Convegno di hydraulica e C.I., Università di Trento, Italia, 2004.
- [5] Hager W. H. Der Ablufss im U-Profil. Korrespondenz Abwasser. 1987, 34(5), 468-482.
- [6] Ager W. H. Hydraulic jump in U-channel. Proc. ASEC. J. Hydraulic Engineering. 1989, 115, 667-675.

- [7] Rajartnam N. Hydraulic jumps on rough beds, Transaction of the engineering institute of Canada. 1968, N° A-2, 11.
- [8] Rand W. An approach to generalized design of stilling basins. Trans. New York Academy of Sciences. 1957, 20 (2), 173-191.
- [9] Achour B. (1998). Dissipation d'énergie par ressaut, thèse de doctorat, Université de Tizi-Ouzou.
- [10] Debabeche M. (2003). Ressaut hydraulique dans les canaux prismatiques, Thèse de doctorat d'état, Université de Biskra.

L'ETUDE SEMI-THEORIQUE DU RESSAUT HYDRAULIQUE EVOLUANT DANS UN CANAL PROFILE EN U, A FOND RUGUEUX

RESUME

Cette étude a pour objectif d'étudier la relation semi-théorique du ressaut hydraulique contrôlé par seuil, évoluant dans un canal profilé en 'U' à fond rugueux. Des relations fonctionnelles, en termes adimensionnels, liant les différentes caractéristiques du ressaut, faisant apparaître l'effet de la rugosité du fond du canal, sont obtenues. Une étude comparative avec le ressaut hydraulique en canal profilé en 'U' à fond lisse est également proposée.

Mots clés : Ressaut hydraulique, canal profilé en U, bassin d'amortissement, canal à fond rugueux

How to cite this article

Ghomri A, Debabeche M and Riguet F. Study of the semi-theoretical relation of the hydraulic jump evolving in an U-shaped channel, with rough bed. J Fundam Appl Sci. 2009, 1(2), 40-57.