Journal of Fundamental and Applied Sciences

ISSN 1112-9867

Available online at http://www.jfas.info

OPTIMAL MANAGEMENT FOR WATERS FOR THE PRODUCTION OF ELECTRICAL ENERGY

A. Bensalem, A. Oudai, A. El-maouhab and A. Bouhentala

Department of Electrical Engineering. Faculty of Engineering University of Hadj Lakhdar, 05000 Batna. ALGERIA.

Received: 01 February 2010 / Accepted: 02 June 2010 / Published online: 30 June 2010

ABSTRACT

The hydropower management along a short-term planning horizon is a determinist problem, which consists in determining the amount of water to be discharged from each reservoir of the system over the defined planning horizon so that to meet the hourly load demand assigned previously. The prime objective here is to perform the operating policy with the lowest use of water; which is achieved by avoiding spilling and by maximizing the hydroelectric generation, besides satisfying all operating constraints. The maximization of electrical power production is achieved by maximizing the heads. Consequently, this allows maximizing the reservoirs content.

To solve to the deterministic hydropower management problem, we use the discrete maximum principle. While solving the equations relating to the discrete maximum principle, we use the gradient method. However, to treat equality constraints we use Lagrange's multiplier method. To treat the inequalities constraints we use the augmented Lagrangian method. The developed algorithm gives a satisfactory solution for the problem and turns out to be very efficient.

Keywords: Hydropower management, Optimal short-term scheduling, Potential energy, Planning horizon, Discrete maximum principle, Augmented Lagrangian method.

Author Correspondence, e-mail: Bensalem_ahmed_dz@yahoo.fr

ICID: 1037358

1. INTRODUCTION

Le problème de la gestion d'un ensemble hydroélectrique est un problème très complexe à cause de l'inexactitude de prédiction à long terme des apports d'eau naturels d'une part et de la demande en énergie électrique d'autre part. Une méthode de résolution acceptable consiste à diviser ce problème en deux sous problèmes suivants :

1- Problème stochastique long terme (aspect stratégique) : qui consiste à déterminer la quantité d'eau totale à décharger de chaque réservoir pour chaque période de l'horizon planifié.

2- Problème déterministe court terme (aspect tactique) : qui consiste à répartir la décharge totale sélectionnée par le problème stochastique le long d'une période de l'horizon planifié. Dans ce cas, les apports d'eau naturels et la demande en énergie électrique sont connus au préalable.

Le problème déterministe court terme est l'objectif de notre étude. Pour le résoudre on a utilisé la méthode du principe de Pontryagin sous sa forme discrète. La méthode du gradient est utilisée pour la solution du système d'équations qui en découlent. La méthode du Lagrangien augmenté est utilisée pour faire face au problème des contraintes d'inégalités, cette méthode est une combinaison de deux méthodes à savoir la méthode de fonction de pénalité et la méthode de la dualité locale. Elle modère les inconvénients des ces deux méthodes et renforce leurs avantages.

Dans cette étude, pour plus de clarté on a considéré un système de quatre réservoirs en cascades, toute en considérant le temps que mette l'eau pour passer d'un réservoir à un autre. Les apports d'eau naturels et la demande sont connus au préalable. La période d'exploitation considéré est d'une semaine subdivisée en heures.

Formulation du problème

L'objectif de la gestion économique à court terme d'un système hydroélectrique consiste à répartir le long de la période d'exploitation une quantité d'eau préalablement sélectionnée entre les centrales hydroélectrique du système de sorte à produire le maximum d'énergie électrique en utilisant le minimum d'eau. Cette opération doit être accomplie tout en évitant les déversements d'eau et les assèchements, en satisfaisant la demande en énergie électrique et toutes les autres contraintes d'opérations.

En terme mathématique le problème de la gestion économique d'un ensemble hydroélectrique se formule comme suit :

Fonction objective

L'objectif est de maximiser l'énergie potentielle en fin de la période d'exploitation, mathématiquement cela s'écrit [1] :

$$\max \sum_{i=1}^{n} \left(E_p(x_i^{k_f}) + \sum_{k=k_f-s_{mi}}^{k_f} E_p(u_{mi}^{k}) \right)$$

Où :

K_f : Fin de la période d'exploitation.

$E_p(x_i^{k_f})$: L'énergie potentielle de l'eau emmagasinée dans le réservoir i à la fin de la période d'exploitation K_f. Cette énergie dépend de la hauteur active du réservoir et de son contenu.

$\sum E_p^k(u_{mi}^k)$: Ce terme permet de tenir compte de l'énergie potentielle de l'eau qui arrive plus tard c'est-à-dire après la fin de la période d'exploitation.

m : Réservoirs en amonts avec le réservoir i .

S_{mi} : Le temps que mette l'eau pour passer du réservoir m au réservoir i .

Les contraintes

Les principales contraintes d'opérations du système sont les suivantes [1]-[6] :

Contrainte de continuité

Elle exprime pour chaque réservoir i et à chaque période k la continuité des volumes d'eau d'entrée et de sortie. Elle permet aussi de décrire la connectivité ou le couplage entre les réservoirs du système, sous forme mathématique cette contrainte s'écrit :

$$x_i^k = x_i^{k-1} + y_i^k - u_i^k - v_i^k$$

Où :

x_i^k : Le contenu active du réservoir i durant la période k .

x_i^{k-1} : Le contenu active du réservoir i durant la période $k-1$.

u_i^k : Le turbinage du réservoir i durant la période k .

v_i^k : Le déversement du réservoir i durant la période k .

y_i^k : L'apport d'eau total au réservoir i durant la période k .

Capacité des réservoirs

Chaque réservoir peut emmagasiner une quantité d'eau comprise entre une limite maximale et une limite minimale. Le continu du réservoir i doit être dans ces limites de stockage à tout instant, sous forme mathématique cette contrainte s'écrit :

$$\underline{x}_i \leq x_i^k \leq \overline{x}_i$$

Où :

$\underline{x}_i$: La limite minimale du réservoir i fixée par l'élévation de la sortie du réservoir et/ou par les conditions de navigation et d'irrigation.

$\overline{x}_i$: La limite maximale du réservoir i fixée par l'élévation du sommet du déversoir.

Capacité de turbinage des centrales

Pour chaque centrale hydroélectrique le turbinage effectif est spécifié entre zéro et une limite maximale. Sous forme mathématique cette contrainte s'écrit :

$$0 \leq u_i^k \leq \overline{u}_i$$

Où :

$\overline{u}_i$: La limite maximale de turbinage de la centrale électrique i fixée par la capacité de l'ensemble des turbines.

De son coté, la production de la puissance électrique de chaque centrale hydroélectrique i est limitée par la capacité de turbinage de la centrale.

Equilibre production-consommation

L'énergie électrique totale qui doit être produite par l'ensemble des centrales hydroélectrique du système doit satisfaire la demande à tout instant de l'horizon d'exploitation planifié et même durant les heures de pointes les plus critiques, en terme mathématique cela s'écrit :

$$\sum_{i=1}^{n} P_i^k = D^k$$

Où :

D^k : La puissance électrique demandée durant la période k .

n: Le nombre de centrales hydroélectriques qui forment le système de production de l'énergie électrique.

P_i^k : Production de la centrale **i** durant la période k , qui peut être déterminer par l'expression suivante :

$$P_i^{\,k} = c.u_i^{\,k}.h_i^{\,k}$$

$h_i^{\,k}$: Hauteur de chute active du réservoir i à la période k . Cette hauteur dépend du contenu du réservoir et de sa forme.

c : Constante positive qui caractérise le réservoir.

2. METHODE DE RESOLUTION

En terme mathématique le problème de la gestion économique d'un système hydroélectrique se formule comme suit [1] :

$$\max \sum_{i=1}^{n}\left(E_p(x_i^{k_f}) + \sum_{k=k_f - s_{mi}}^{k_f} E_p(u_{mi}^k)\right) \tag{1}$$

Sous les contraintes :

$$x_i^{\,k} = x_i^{\,k-1} + y_i^k - u_i^{\,k} - v_i^{\,k} \tag{2}$$

$$\sum_{i=1}^{n} P_i^k = D^k \tag{3}$$

$$0 \leq u_i^{\,k} \leq \overline{u}_i \tag{4}$$

$$0 \leq x_i^{\,k} \leq \overline{x}_i \tag{5}$$

Le problème (1)-(5) peut être résolu en appliquant le principe du maximum ou de Pontryagin sous la forme discrète et cela comme suit [1], [8]-[11] :

Adjoignant au critère (1) la contrainte (2) avec un multiplicateur $a_i^{\,k}$, la contrainte (3) avec un multiplicateur $_k$ et la contrainte (5) par des termes R_i^k et Q_i^k appropriés de pénalisation. Puis formons la fonction Hamiltonienne :

$$H^k = \sum_{i=1}^{n}[a_i^{\,k}(x_i^{k-1} + y_i^k - u_i^{\,k} - v_i^{\,k})] + {}^k(\sum P_i^k - D^k) + R_i^k + Q_i^k \tag{6}$$

Où :

$R_i^{\,k}$: Fonction de pénalisation de la borne supérieure de la contrainte d'inégalité (5).

$Q_i^{\,k}$: Fonction de pénalisation de la borne inférieure de la contrainte d'inégalité (5), calculée de la même façon que la fonction $R_i^{\,k}$

La fonction de pénalisation R_i^k est déterminée comme suit [4], [5] :

$$R_i^k = \lambda_i^k \Psi_i^k + r(\Psi_i^k)^2 \tag{7}$$

Où :

r : Constante positive ajustable.

λ_i^k : Les multiplicateurs de Lagrange qui sont ajustés comme suit :

$$\lambda_i^k = \lambda_i^k + 2 \cdot r \cdot \max(x_i^k - \bar{x}_i, -\frac{\lambda_i^k}{2r}) \tag{8}$$

La fonction Ψ_i^k est calculée par l'expression (9) suivante :

$$\Psi_i^k = \max(x_i^k - \bar{x}_i, -\frac{\lambda_i^k}{2r}) \tag{9}$$

Le problème (1)-(5) devient alors :

$$Max\ H^k \tag{10}$$

Sous les contraintes (4)-(5) et sous la contrainte :

$$\alpha_i^{k-1} = \frac{\partial H^k}{\partial x_i^{k-1}} \tag{11}$$

La contrainte (11) est appelée équation de la variable adjointe [3].

Lorsque les contraintes (4) sont inactives, la trajectoire du turbinage optimale u_i^k est obtenue lorsque la condition d'optimalité suivante est satisfaite pour toutes les centrales et à chaque période k :

$$\frac{\partial H^k}{\partial u_i^k} = 0 \tag{12}$$

Dans le but de résoudre ces équations, on a besoin des conditions limites. Puisque au temps initial les contenus des réservoirs sont connus, il s'ensuit que la première condition est :

$$x_i^0 = b_i \tag{13}$$

b_i : Valeur du continu initial du réservoir i.

La seconde condition limite est :

$$\alpha_i^{K_f} = \frac{\partial E_p(x_i^{K_f})}{\partial x_i^{K_f}} \tag{14}$$

En conséquence les équations (2) et (11)-(14) forme un problème aux deux conditions limites. Pour la résolution de ce système d'équation on a proposé d'utiliser une méthode itérative basée sur le principe du gradient.

Pour prendre en considération toute violation possible des contraintes d'inégalités (4) on procède comme suit :

Si la valeur de la variable de contrôle u_i^k qui satisfait la condition d'optimalité (12) viole la contrainte (4), la meilleur solution optimale dans ce cas est d'ajuster la valeur de u_i^k qui est hors de limite à la borne la plus près et laissé les autres libres, puis on fait une nouvelle recherche de l'optimum mais qu'avec les variables libres.

Application numérique

En vue de tester la méthode présentée et démontrer l'efficacité du programme proposé nous avons étudiés un ensemble hydroélectrique composé de quatre réservoirs en cascades comme montré à la figure (1).

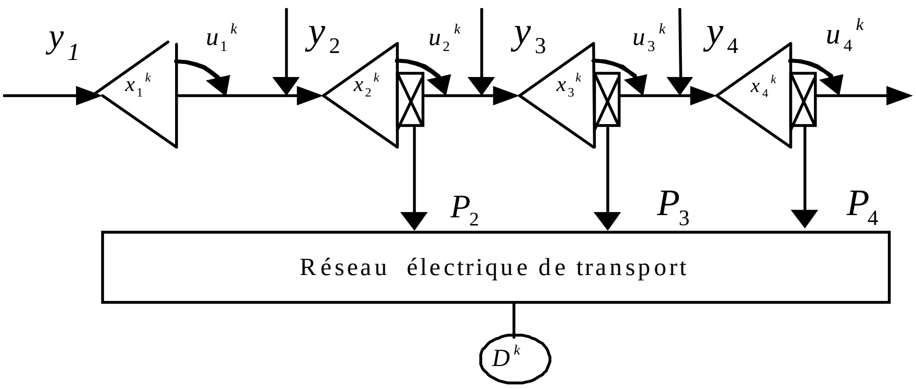

Fig.1. Système de production consommation.

Les caractéristiques du système considéré sont présentées au tableau 1. La hauteur de chute pour ce type de réservoirs est déterminée par la relation suivante :

$$h_i^k(x_i^{k-1}) = h_i^{'} + (h_i^{"} - h_1^{'})[1 - \exp(-\sim_i x_i^{k-1})]$$

Où :

$h^{'}, h^{"}, \sim_i$ Sont des constantes positives caractérisant la hauteur de chute du réservoir i.

Les valeurs de ces constantes pour chaque réservoir sont indiquées au tableau 1.

x_i^{k-1} : Contenu du réservoir i à la période $k-1$.

La hauteur de chute à la période k dépend du contenu du réservoir à la période $k-1$ et de sa configuration.

Tableau 1. Caractéristiques des réservoirs du système.

i	$\overline{x}_i$ [Mm³/h]	$\overline{u}_i$ [Mm³/h]	C_i	$S_{i,i+1}$ [h]	$h_i^{'}$ [m]	$h_i^{''}$ [m]	$\sim_i$
1	550	0	0	3	0	0	0
2	145	1,969	2,4525	2	194	195	0,2473
3	5,1	2,138	2,4525	5	88	88,01	0,8627
4	424	4,248	2,4525	- - -	174,4	199	0,0074

Où :

$\overline{x}_i$: Capacité maximale de stockage du réservoir i.

$\overline{u}_i$: Capacité maximale de turbinage du réservoir i.

c_i : Constante positive qui caractérise le réservoir i.

$S_{i,i+1}$: Le temps que mette l'eau pour passer du réservoir i au réservoir $i+1$.

La demande périodique hebdomadaire en énergie électrique D^k est connue auparavant, elle est montrée à la figure 2.

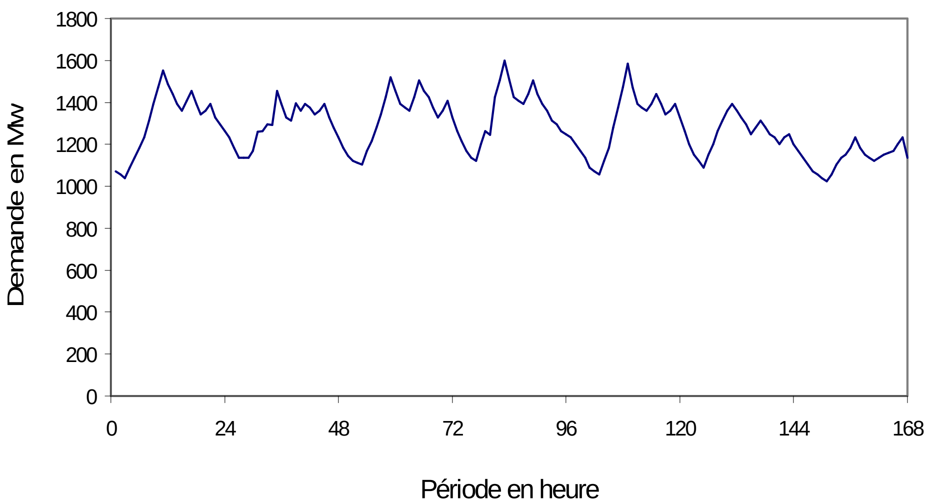

Fig.2. Demande hebdomadaire en énergie électrique.

Dans le cadre déterministe les apports d'eau naturels y_i^k sont supposés connus le long de l'horizon d'exploitation. Leurs valeurs sont données au tableau 2 ainsi que le contenu initial x_i^0 de chaque réservoir.

Tableau 2. Apports d'eau naturelle aux réservoirs et leurs contenus initiaux.

I	1	2	3	4
y_i^k (Mm^3/h)	0,6228	0,2304	0,2196	0,9576
x_i^0 (Mm^3)	225	18	2,5	212

3. RESULTATS ET INTERPRETATION

La solution optimale est obtenue en satisfaisant toutes les contraintes d'opérations après un nombre d'itérations très modéré par rapport à celui obtenu par A. Turgeon [5] pour le même système et pour les mêmes conditions, et cela malgré la complexité du système d'équations utilisé. Ce nombre d'itérations peut être encore réduit en utilisant un pas optimal en relation avec la méthode du gradient utilisée dans notre algorithme et en ajustant adéquatement la valeur du facteur de pénalité r en relation avec la méthode du Lagrangien Augmenté. L'augmentation du facteur r permet de sortir plus rapidement de la zone violée. Ceci conduit à la diminution du nombre d'itérations nécessaire pour aboutir à la convergence comme il est indiqué au tableau (3) et à accélérer la vitesse de convergence de l'algorithme.

Tableau 3. Influence du facteur r sur le nombre d'itérations.

Facteur de pénalisation r	1	5	10
Nombre d'itérations	100	88	81

Le programme de turbinage optimal pour chaque centrale hydroélectrique est montré à la figure (3).

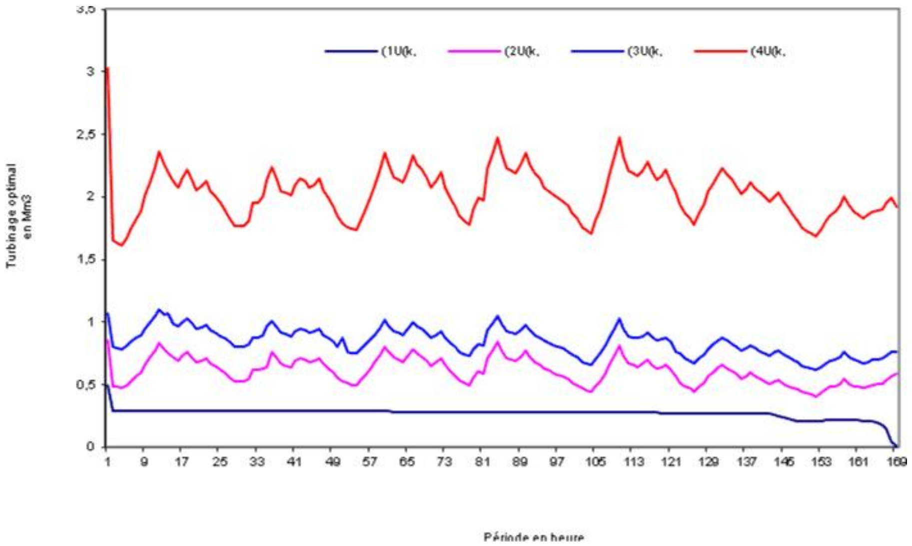

Fig.3. programme du turbinage optimal.

On constate que l'allure de la courbe de turbinage optimal est identique à celle de la demande, car d'une part la production est proportionnelle au turbinage et d'autre part, la production de l'ensemble des centrales hydroélectriques du système doit être égale à la demande D^k.

De plus, de la figure (3) on observe que le turbinage du réservoir aval de la vallée est plus élevé que celui du réservoir amont, cela est dû au fait que l’eau contenu dans le réservoir amont est plus valeureuse, c'est-à-dire, que l’eau contenu dans le réservoir amont sera réutilisée dans tous les réservoirs qui sont en aval. En faite, dans le contexte économique, il est plus bénéfique de préserver l’eau dans les réservoirs amont de la vallée que de la préserver dans les réservoirs avals. Ceci aura pour effet le remplissage des réservoirs amont par rapport aux réservoirs avals qui se vident comme on peut le constater de la figure (4) qui représente l'évolution du stockage au cours des heures de la semaine.

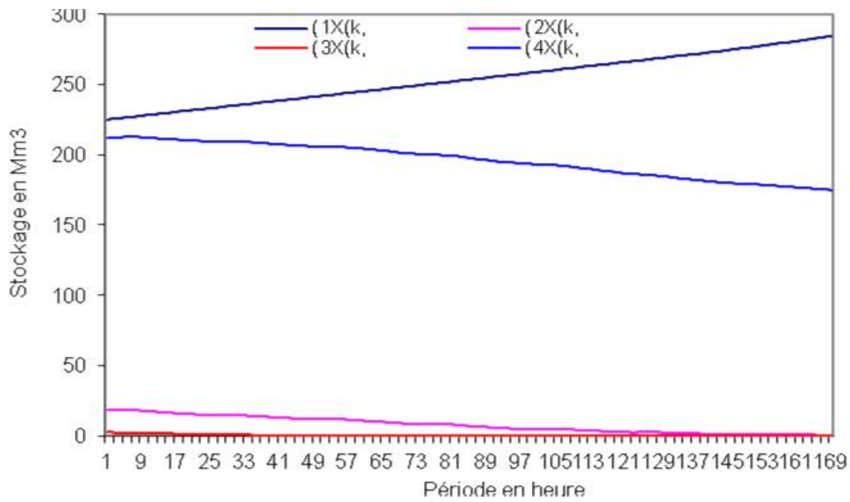

Fig.4. Profil du stockage optimal.

En se référant à la figure (4), on constate que le réservoir 1 se remplit continuellement, tandis que les réservoirs 3 et 4 se vident. Ceci est en concordance avec nos prénotions qui se basent sur le principe que l'eau du réservoir amont est plus valeureuse que celle du réservoir aval. En effet, le réservoir 1 est un réservoir amont situé à l'extrémité de la vallée. Tandis que les réservoirs 3 et 4 se trouvent à la fin de la vallée.

Pour le réservoir 2, on constate qu'il se vide continuellement ce qui est contraire à nos prévisions théoriques. Ceci est dû au fait que le réservoir 3 est un réservoir de petite capacité de stockage qui se vide très rapidement. Pour éviter son assèchement à cause du turbinage qui est plus élevé que l'apport d'eau naturel, le turbinage au niveau du réservoir 2 en amont doit être plus élevé de sorte à éviter les assèchements du réservoir 3.

La gestion optimale des réservoirs du système a permit aussi d’avoir un contenu final total de tous les réservoirs plus élevé que le contenu initial total comme il est indiqué au tableau (4) et aux figures (4)-(5).

Tableau 4. Comparaison entre le contenu initial et final des réservoirs du système.

N° du réservoir	1	2	3	4	Total
Contenu initial [Mm^3]	225	18	2,5	212	**457,5**
Contenu final [Mm^3]	283	0,3	0,2	180	**463,5**
Différence [Mm^3]	+58	-17,7	-2,3	-32	**+6,0**

L'autre avantage de la programmation optimale de turbinage est d'avoir satisfait la demande en énergie électrique à tout moment et sans aucun déversement inutile.

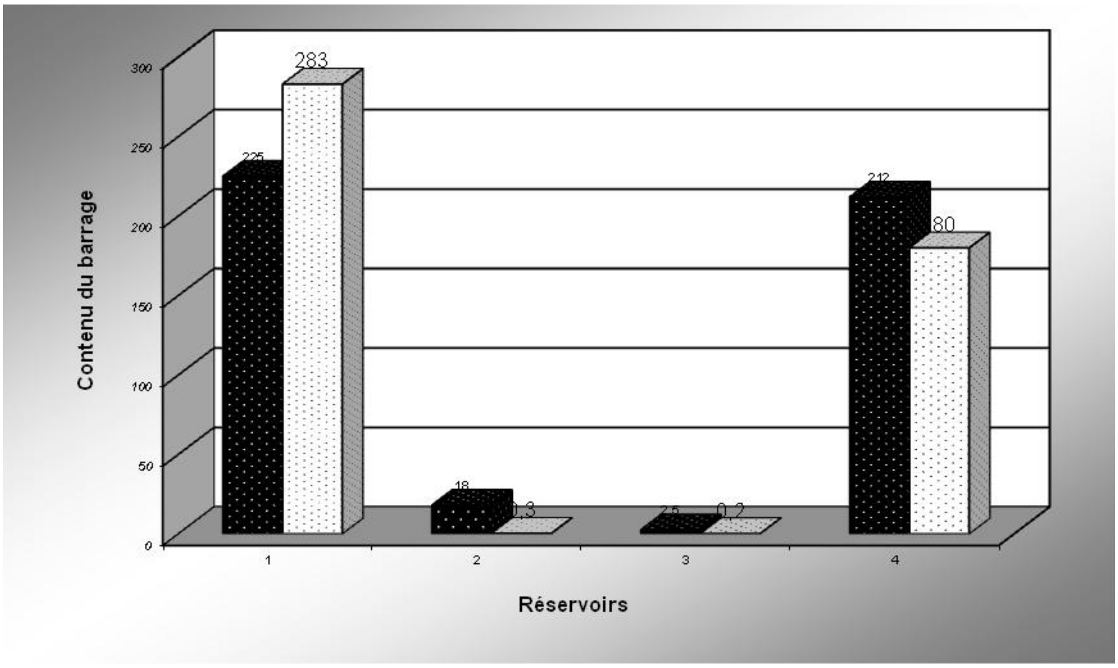

Fig.5. Contenu initial et final des réservoirs.

4. REFERENCES

[1] Bensalem A., El-maouhab A., Zouzou S E. Journal of Electrical Engineering. 2006, 6(4), 96-102.

[2] Fosso O B., Belsnes M M. International conference on power system technology. POWERCON 2004, Singapore, 21-24 November 2004,1321-1326p.

[3] Naresh R., Shatma J. *IEEE Trans. on Power Systems*. 2000, 15 (1), 388-395.

[4] Xiaohong G., Svoboda A., Chao-an L. IEEE Trans. on Power Systems. 1999, 14(1), 126-131.

[5] Modarres M., Farrokhzad D. International Journal of Power and Energy Systems. 2003, 23(1), 6-16.

[6] Wang I., Yuan X., Zhang Y. International Journal of Power and Energy Systems. 2004, 30(3), 198-205.

[7] Ray W H., Soleman M A. Eleventh joint automatic conference of the America Automatic Control Council. 1970, 473-483.

[8] Sage A P., White C C.1977, *Optimum systems control*, New Jersey, Prentice-Hall Inc.

[9] Oh Y N. IEE Japan. 1966, 87, 17-29.

[10] Bertsekas D P. Automatica. 1976, 12, 133-145.

[11] Bertsekas D P. IEEE Trans. Automatic Control. June 1975, 185-388.

GESTION OPTIMALE DES EAUX DESTINÉES A LA PRODUCTION DE L'ENERGIE ÉLECTRIQUE.

RESUME

La gestion optimale à court terme des eaux destinées à la production de l'énergie électrique est l'objectif de notre étude. La politique optimale de gestion consiste à répartir la production hydroélectrique entre les centrales en utilisant le minimum d'eau, en évitant les déversements et les assèchements des réservoirs.

Pour traiter ce problème, nous avons proposé un modèle original de la fonction objective. La visée de ce modèle est de minimiser l'utilisation d'eaux, pour cela on a proposé un modèle basé sur la valorisation de l'eau en fonction de sa localisation dans tel ou tel réservoir du système et en fonction de la hauteur de chute. La fonction objective est alors représentée en fonction de l'énergie potentielle de l'eau stockée dans l'ensemble des réservoirs.

Pour résoudre le système d'équation du modèle proposé, on a développé un algorithme basé sur le principe du maximum discret. Pour solutionner les équations découlant de ce principe, une méthode itérative basée sur le principe du gradient est utilisée. Pour faire face aux contraintes, on a choisi d'utiliser la méthode du Lagrangien Augmenté qui est une combinaison de deux méthodes à savoir la méthode de fonction de pénalité et la méthode de la dualité locale. Les deux méthodes fonctionnent ensemble pour modérer les inconvénients associés à l'une ou à l'autre méthode seule.

Mots clé : Gestion optimale à court terme, Energie potentielle, Période d'exploitation Principe du maximum discret, Lagrangien augmenté.

How to cite this article
Bensalem A, Oudai A, El-maouhab A and Bouhentala A. Optimal management for waters for the production of electrical energy. J Fundam Appl Sci. 2010, 2(1), 48-61.