دور مسائل الأمثلية التوافقية متعددة الأهداف في اتخاذ القرار الفعال لمؤسسة – دراسة حالة –

مليكة **داود***

تاريخ الوصول: 2023/04/09 / **تاريخ القبول:** 2023/09/07 / **تاريخ النشر:** 08/ 01/ 2024
المؤلف المراسل: daoud.malika@univ-alger3.dz

ملخص

تسعى كل المؤسسات إلى تحسين أدائها من خلال تحقيق عدة أهداف للبقاء في سوق العمل وزيادة القدرة التنافسية. تكمن المشكلة في أنها غالبا ما تعتمد على أساليب تقليدية لاتخاذ القرار الفعال، مما يسبب هدر الوقت والجهد. ولذلك تهدف هذه الورقة البحثية إلى إيجاد أفضل محطات خدمات السيارات من بين عدد من المحطات المقترحة لمؤسسة نفطال والتي تسعى إلى تحقيق الهدفين الأكثر أهمية؛ تعظيم إيرادات مواد التشحيم والعجلات و تعظيم إيرادات الوقود و GPL لسنة 2019.تم إجراء دراسة الحالة التطبيقية الجديدة بالاستعانة بمسألة حقيبة الظهر متعددة الأهداف ثنائية المتغيرات القرار التي تعتبر من أهم مسائل الأمثلية التوافقية متعددة الأهداف. كما تم حل المسألة ببرمجة طريقة ابسيلون قيد واستخدام برمجية ماتلابو برمجية سيبلاكس. أكدت نتائج الدراسة أن مجموعة الحلول المقترحة (الحلول المثلى لبارتو) تعطي متخذ القرار نظرة شاملة على كيفية اتخاذ قراره بطريقة علمية، مدروسة، منطقية ومقنعة تناسب وضعيته و تضعه في أريحية تامة بعيدا عن التجربة أو الخطأ أو الاعتماد على الخبرة الذاتية.

* جامعةالجزائر3، daoud.malika@univ-alger3.dz، الجزائر

كلمات مفتاحية: مسائل الأمثلية التوافقية، مسألة حقيبة الظهر، متعددة الأهداف، حل فعال، حل أمثل لبارتو.

تصنيف جال: C62،C61،C6

THE ROLE OF COMBINATORIAL OPTIMIZATION PROBLEMS FORTHE EFFICIENT DECISION MAKINGOF A COMPANY - CASE STUDY -

ABSTRACT

All company seeks to improve their performance through achieving several objectives to stay in the labor market and increase competitiveness. The problem lies in the fact that it often relies on atraditional methods for efficient decision making, causes a waste of times and effort. The paperaims tofind thebest car service stations among a number of proposed stations by the Naftal Company,which seeks to achievethe two most important objectives;maximizing lubricants and tires revenues, and maximizing fuel and LPG revenuesfor the year 2019.The new applied case study was done with the help of the binary multi-objective knapsack problem,whichis considered one of the most important problems in multi-objective combinatorial optimizationproblems. The problem was solved by the epsilon constraint method using MATLAB and CPLEX software. The study results confirmed that the proposed efficient solution set (Pareto optimal solutions) provides decision maker with a comprehensive view of how to make their decision in a scientific, thoughtful, logical, and convincing manner that suits his situation and puts him at ease, away from trial and error or relying on self-experience.

KEY WORDS: Combinatorial Optimization Problems, Knapsack Problem, Multi-objective, Efficient Solution, Pareto Optimal solution.

LE RÔLE DES PROBLÈMES D'OPTIMISATION COMBINATOIRE MULTI-OBJECTIFS POUR LA PRISE DE DÉCISION EFFICACE D'UNE ENTREPRISE -ÉTUDE DE CAS-

RÉSUMÉ

Toutes les entreprises cherchent à améliorer leur performance en atteignant plusieurs objectifs pour rester sur le marché du travail et accroître leur compétitivité. Le problème est qu'elles reposent souvent sur des méthodes traditionnelles pour prendre la décision efficace, ce qui entraîne un gaspillage de temps et d'efforts. L'objectif de ce papier est de trouver les meilleures stations-service automobiles par certain nombre de stations proposées par l'entreprise NAFTAL qui vise à atteindre les deux objectifs les plus importants; maximiser les revenus des lubrifiants et pneumatiques et maximiser les revenus du carburant et GPL de l'année 2019. La nouvelle étude de cas appliquée a été menée en utilisant le problème de sac à dos multi-objectifs en variables de décision binaires, qui est considéré comme l'un des problèmes les plus important des problèmes d'optimisation combinatoire multi-objectifs.

Le problème a été résolu en programmant la méthode epsilon contrainte en faisant appel aux logiciels Matlab et Cplex. Les résultats de l'étude ont confirmé que l'ensemble de solutions proposées (solutions optimales au sens de Pareto) donne au décideur un aperçu complet comment prendre sa décision de façon réfléchie, logique et convaincante, adaptée à sa situation, et le mettre complètement à l'abri de l'expérience, de l'erreur ou du recours à l'expérience personnelle.

MOTS-CLÉS : Problèmes d'Optimisation Combinatoire, Problème de Sac à Dos, Multi-Objectif, Solution Efficace, Solution Pareto Optimale

مقدمة

تعتبر مسألة حقيبة الظهر من أهم مسائل الأمثلية التوافقية التي درست من طرف العديد من الباحثين (Marlello, 1990; Ehrgott, 2005; Teghem, 2012 ; Keller, ...2004) لما لها من تطبيقات واقعية عديدة في عمليات اتخاذ القرار من النوع (قبول، رفض) رياضيا $\{0,1\}$، و من المعروف أيضا أنه يتعين على متخذ القرار التعامل مع عدة أهداف عادة ما تكون متناقضة. تم اختيار مسألة حقيبة الظهر متعددة الأهداف ثنائية المتغيرات للدراسة، حيث أنجل مسائل الأمثلية يمكن صياغتها على نحو مسألة حقيبة الظهر التي صنفت من بين 21 مسألة صعبة جدا (NP-hard) وكذلك الحاجة إلى مثل هذه المسائل لحل مشاكل الاختيار (Choice problems) لمؤسستنا، وضرورة عدم التقيد بإيجاد الحلول من خلال التجارب السابقة لمواقف مماثلة والاستعانة بخبراء لحل المشاكل الخاصة بمؤسساتنا وعدم إنفاق مبالغ طائلة من أجل اتخاذ قرار وفي آخر المطاف يكلل بالفشل سببه أن البيئة تختلف من مؤسسة لأخرى ومن بلد لآخر.تبعا لذلك يمكن للمؤسسة طرح العديد من الإشكاليات ولقد عرجنا على مشكل مهم يتمثل في كيفية زيادة المقدار الإجمالي للإيرادات (The amount of total revenue) وزيادة أرباحها، ولغرض خلق جو تنافسي بين موظفي المحطات، ماذا لو أرادت المؤسسة مكافأة عدد معين من الموظفين المكونين للمحطات لسنة 2019. من هذا المنطلق تم طرح سؤالين مهمين أولهما؛ ماهي أفضل محطات خدمات تسعى لتحقيق هدفين اثنين في آن واحدو هما تعظيم إيرادات مواد التشحيم والعجلات وتعظيم إيرادات الوقود وGPL لسنة 2019، بحيث لا يتعدى عدد موظفي المحطات المختارة المتاح من عدد الموظفين المراد مكافأتهم؟ وثانيهما؛ كيف تساهم مسائل الأمثلية التوافقية متعددة الأهداف في اتخاذ القرار الفعال لمؤسسة وبصفة أدق ما دورمسألةحقيبة الظهر متعدد الأهداف ثنائية المتغيرات في اتخاذ القرارات لمؤسسة؟ استنادا إلى ما سبق، صيغت

فرضيات الدراسة على النحو التالي؛ يمكن لمسألةحقيبة الظهر متعددة الأهداف ثنائية المتغيرات أن تساهم في حل مشكل اختيار أفضل محطات خدمات السيارات من بين عدد معتبر من المحطات المقترحة لمؤسسة نفطال. وفضلا عن ذلك، يمكن للمحطات المختارة أن تساعد في كيفية مكافأة أفضل موظفي المؤسسة بحيث لا يتعدى عدد موظفي المحطات المختارة المتاح عدد الموظفين المراد مكافأتهم. أما بالنسبة لأهمية الدراسة فتكمن في استعمالها لأسلوب كمي علمي كالبرمجة الخطية لإيجاد مجموعة الحلول الفعالة لاتخاذ القرار والذي يعتبر من بين أساليب البحوث العملية الأكثر تطورا عبر الزمن حيث أصبحت تشغل حيزا كبيرا في النظرية الاقتصادية وفي عدة مجالات كالصناعة والنقل والإدارة والمواصلات، وكذا اعتمادها على مسألة حقيبة الظهر ثنائية متغيرات القرار التي تعتبر من أهم مسائل الأمثلية التوافقية المطبقة لأغلب المشاكل الاقتصادية وغير الاقتصادية. كما تهتم الدراسة بتعدد الأهداف في المسألة المدروسة المترجمة للواقع وهذا نظرا للمشاكل المعقدة التي تواجهها المؤسسات بشكل متكرر في الحياة الواقعية لزم عليها تحقيق عدة أهداف غالبا ما تكون متناقضة، بالإضافة إلى ارتكازها على معطيات أهم مؤسسة وطنية تجارية في الجزائر (مؤسسة نفطال). وللإشارة، تحمل هذه الدراسة عدة أهداف نخص بالذكر منها؛ إيجاد أفضل محطات خدمات السيارات من بين عدد من المحطات المقترحة لمؤسسة نفطال والتي تسعى إلى تحقيق الهدفين الأكثر أهمية و يتمثلان في تعظيم إيرادات التشحيم والعجلات وكذا تعظيم إيرادات الوقود ومواد GPL لسنة 2019. الأمر الذي يقتضي برمجة طريقة من الطرق الدقيقة والتي تتمثل في طريقة ابسيلون قيد لحل المسألة المدروسة باستعمال أحدث البرمجيات الموجهة لحل مسائل الأمثلية التوافقية كبرمجية ماتلاب (MATLAB) وبرمجية سيبلاكس (Cplex). ولكن قبل التطرق إلى أدبيات الدراسة، نقدم في الفقرة الموالية بعض المفاهيم والتعاريف الرياضية المستعملة في هذه الدراسة.

1- مسائل الأمثلية التوافقية متعددة الأهداف

تعتبر الأمثلية التوافقية جزء مهم في الرياضيات وخاصة في البحوث العملية، والهدف منها هو البحث عن حل أمثل من مجموعة منتهية وقابلة للعد، حيث تشمل عبارة مسائل الأمثلية التوافقية COP(Combinatorial Optimization Problems) جل مسائل الأمثلية لمتغير ثنائي ($X \in \{0,1\}$) وكل التقنيات الملائمة لحل هذا النوع من المسائل حيث أن إدخال متغيرات من نوع{0,1}هو أفضل أداة لصياغة عدة تطبيقات ولأنها تسمح بإدراج حالة حدث ينفذ أو لا في الحل الذي نبحث عنه، بصيغة رياضية تكتب كما يلي:

$$X_i = \begin{cases} 1 & \text{حدث ينفذ} \\ 0 & \text{الحدث لا ينفذ} \end{cases}$$

مثل تنفيذ مشروع استثمار أو لا، شراء معدات أو لا، فتح وكالة تجارية أو لا، الخ. لضرورة تحقيق عدة أهداف في واقع أي متخذ قرار كان لزاما علينا التطرق لمسائل الأمثلية التوافقية متعددة الأهداف وبالأخص مسألة حقيبة الظهر متعددة الأهداف ثنائية المتغيرات، حيث تشغل هذه الأخيرة حيزا كبيرا في تاريخ الرياضيات التطبيقية والرياضيات النقطية وتحديدا في البحوث العملية حيث تكمن أهميتها في صعوبة هذه المسائل وكذا العدد الكبير من التطبيقات الواقعية التي يمكن أن تصاغ بصياغتها البسيطة ورغم هذه الأخيرة إلاّ أن حلها يتطلب جهد وزمن تنفيذ كبيرين لذا صنفت من أكثر المسائل تعقيدا أو صعوبة (NP-hard) حتى في حالة هدف واحد مرجو في الصياغة. يعتبر تشخيص المشكل وصياغته وبرمجته وحله من أهم مراحل حل هذه المسألة.

1.1- بعض مسائل الأمثلية التوافقية متعدد الأهداف

تعتبر مسائل التخصيص متعدد الأهداف (Multi-objective Assignment Problem) من المسائل الخطية لمتغير ثنائيو التي تشغل مكان أساسي في ميدان الأمثلية التوافقية لأنها تحظى بعدة علاقات مع مسائل أخرى حيث أنها في حالة خاصة لمسائل النقل وأيضا هو حالة عامة لمسألة البائع المتجول (Travelling Salsman) تهتم هذه المسألة بالبحث عن أقل تكلفة أو أعظم ربح لتخصيص عدد من الأشخاص (مورد بشري، تجهيزات، أساتذة، عمال، مدراء، وكلاء، الخ) إلى نفس العدد أو أكبر أو أصغر منه من أعمال (نشاطات، مهام، أقسام، مشاريع، بضائع، الخ) و صياغة المسألة موضحة في(Daoud, 2016). هناك عدة طرق لحلها أكثرها شيوعاً هي الطريقة الهنجارية (Hungarianmethod)، أخذت مسألة التخصيص متعدد الأهداف حظها من الدراسة من طرف نخبة من الباحثين (Ulungu,1998 ;Ehrgott,2005;Teghem,2012 ;Keller,2004,…) لأهمية تعدد الأهداف لهذه المسألة، كما تعد مسألة النقل متعددة الأهداف (Multi-objective Transportation Problem)من أهم مسائل البرمجة الخطية متعددة الأهداف لمتغير صحيح في البحوث العملية وهي تمديد لمسألة التخصيص، حيث تهتم بالبحث عن أقل التكاليف وأعظم الأرباح لنقل بضائع من مناطق لمناطق أخرى تحت قيود العرض والطلب بين المناطق وتستخدم بكثرة في مجال الاقتصاد الجزئي والمؤسسات التجارية وغيرها. يمكن التعرف على الصيغة الرياضية العامة لها (Daoud,2016).

يوجد عدة مسائل أخرى تنتمي لمسائل الأمثلية التوافقية نذكر على سبيل المثال؛ مسألة البائع المتجول متعددة الأهداف (Multi-objectiveTravellingSalsman MOTSPProblem)، والتي كانت محطة أنظار العديد من الباحثين حيث تهتم ببائع متجول يحقق دورة بزيارة مرة و مرة واحدة عدد من المدن و تهدف لتقليل تكاليف

الزيارات، مسألة أقصر طريق متعددة الأهداف Multi-objective Shortest Path (problem) ومسألة حقيبة الظهر متعددة الأهداف التي سنخصها بالدراسة، فرغم بساطة صيغتها الرياضية إلا أنها تنتمي إلى أصعب مسائل الأمثلية التوافقية متعددة الأهداف(NP-hard).

2.1– مسألة حقيبة الظهر متعددة الأهداف

يوضح مفهوم هذه المسألة على النحو التالي:

ليكن لدينا حقيبة، حاوية شاحنة أو طائرة بسعة محدودة W وليكن لدينا عدد n من الأشياء المتميزة بربح p_i ووزن w_i. تهدف المسألة إلى التعبئة المثلى للحقيبة بالأشياء الموجودة بحيث تحقق أكبر قيمة ربح كلية وذلك بعدم تخطي السعة المحددة للحقيبة. يوجد نوعين من مسائل حقيبة الظهر: النوع الأول يطلق عليه مسألة حقيبة الظهر المتصلة (continous knapsack problem) أو مسألة حقيبة الظهر الكسرية (fractional knapsack problem)، أما النوع الثاني مسألة حقيبة الظهر ثنائية متغيرات القرار (binary knapsack problem) أو (knapsack problem {0-1}).

ونظرا للمشاكل المعقدة التي تواجهها المؤسسات والتي تسعى لتحقيق عدة أهداف غالبا ما تكون متناقضة (تعظيم الأرباح وتعظيم مؤشر البقاء...)، ارتأينا تسليط الضوء على مسألة حقيبة الظهر متعددة الأهداف وبالأخص هدفين اثنين (Binary Bi-Objevctive Knapsack Problem) والتي تصاغ بالشكل التالي:

$$(\text{BOKP})\begin{cases} \text{"max''}\ Z^k = \sum_{i=1}^{n}(P_i^k)X_i \ k = 1,2 \\ S/t \sum_{i=1}^{n} w_i X_i \leq W \\ X_i \in \{0,1\} \end{cases}$$

3.1– صعوبة مسائل الأمثلية متعددة الأهداف

تكمن الصعوبة الأساسية لمسائل الأمثلية متعددة الأهداف (بصفة عامة الأهداف متناقضة) في أن المسألة اقتصاديا مطروحة بشك لجيد لأن كل المؤسسات تسعى لتحقيق

عدة أهداف و لكن رياضيا المسألة غير مطروحة بشكل جيد، بحيث مفهوم حل أمثل غير موجود وإنما مجموعة من الحلول تحقق أحسن حل وسط يطلق عليها حلول فعالة أو الحلول المثلى لبارتو هذه الحلول مرتبطة ارتباطا وثيقا بشخصية متخذ القرار.

1.3.1. مفاهيم أساسية

بدون فقد عموميات، التعاريف التالية (Vincke, 1988) في حالة لمسائل الأمثلية متعددة الأهداف (تعظيم كل الأهداف).

تعريف1: علاقة الهيمنة (Dominance Relation)

ليكن X_1،X_2 عنصرين من مجموعة الحلول الممكنة، نقول أن X_1 يهيمن (dominated) على X_2 إذا وفقط إذا: $Z^k(x1) \geq Z^k(x2),\ \forall k = 1,2,\dots,p$

حيث يوجد على الأقل متراجحة أكبر تماما (p تمثل عدد الأهداف) .

تعريف2: حل فعّال (قرار فعّال)

نقول أن X^* حل فعّال (efficient solution) إذا لا يوجد أي قرار آخر يهيمن عليه في مجموعة الأهداف. نسمي صورة حل فعّال في فضاء الأهداف بحل غير مهيمن (non-dominated point)

الدراسات السابقة

تعد مسألة حقيبة الظهر من المسائل الأكثر دراسة منذ زمن بعيد لأهميتها في عدة تطبيقات لعمليات اتخاذ القرار، منها لوجستية (إيجاد أفضل طريقة لتعبئة حاوية أو باخرة أو طائرة حربية أو حقيبة الظهر التكتيكية) ، صناعية (إيجاد أفضل طريقة لتقطيع خامة معينة مثلا، واقتصادية: اختيار بين بدائل الاستثمار والمحافظ المالية مع عدم تخطي سقف معين للمبلغ المراد استثماره، الخ. كما أضحت مسائل حقيبة الظهر مجالا غنيا وواسعا في مسائل الأمثلية التوافقية بعد الكتابين الموسوعة اللذان كتبهما كل من

السباقان لدراسة (Martello, Toth.,1990) و(Keller Pferschy,Pisinger, 2004) مسألة حقيبة الظهر لهدف واحد حيث تطرقا لمختلف الطرق لحل المسألة منها طريقة التفرع والحد العلوي (Branch and Bound)، الطريقة الديناميكية (Dynamic Programming)، والطرق التقريبية (Approximationmethods) وهذا لإيجاد الحل الذي يتطلب وقت تنفيذ كبير، والذي يزداد بازدياد حجم المسألة بالرغم من بساطة الصيغة الرياضية.ففي سنة2021،تمت تغطية كل التطورات التي ظهرت في هذا المجال بنشر مقال في جزئه الأول(Cacchiani, Lori, Locatelli, Martello, 2021) والذي يعالج مسائل حقيبة الظهر لهدف واحد وكل أصنافها. يذكر أن أول ورقة بحثية درست المسألة (BOKP)كانت من طرف (Visée,Teghem, Pirlot,Ulungu, 1998) حيث طور الباحثون طريقة المرحلتين(two phase method) لحل المسألة، بعد ذلك قام الباحثان(Jorge, Gandibleux, 2007) بتحسين هذه الطريقة. في سنة 2009، اقترح الباحثون (Bazgan, Hugot, Vanderpooten, 2009) طريقة جديدة للحل بعدها، مزج الباحثان (Delort, Spanjaard, 2010) بين الطريقتين (Two phase method and dynamic programming) لاقتراح طريقةجديدة تساعد على إيجاد الحل في زمن معقول. لا يفوتنا أن ننوه إلى أنه يوجد كم هائل من الأعمال البحثية تخص طرق الحل الدقيقة والتقريبية للمسألة المدروسة نذكر المقال الملخص للدراسات السابقة لمسألة حقيبة الظهر متعددة الأهداف (Lust, Teghem, 2012). وفي نفس الصدد، في سنة 2022، نشر الجزء الثاني من المقال الذي يعالج بعض أصناف مسائل حقيبة الظهر متعددة الأهداف(Cacchiani, Lori, Locatelli, Martello, 2022).تجدر الإشارة إلى أن كل الأعمال البحثية السابقة هي أبحاث نظرية بتطبيق لبيانات تم إنشاؤها والتي تصب في قالبين اثنين هما؛ اقتراح طرق دقيقة لإيجاد الحلول المثلى لبارتو لكن في زمن تنفيذ يتزايد مع تزايد حجم المسألة المدروسة وطرق أخرى تقريبية لإيجاد الحلول المثلى

لبارتو في زمن تنفيذ معقول، لكن الحلول المقترحة تقريبية و بعيدة على الحلول المثلى الدقيقة لبارتو. وإلى يومنا هذا تجرى أبحاث مكثفة لمحاولة إيجاد خوارزمية متعددة الحدود لمسألة حقيبة الظهر متعددة الأهداف وأيضا لمسألة حقيبة الظهر لهدف واحد.

2- دراسة حالة

1.2- نبذة عن شركة نفطال ومهامها

نفطال هي شركة لتوزيع الوقود وهي من أكبر المؤسسات في الجزائر، حيث يبلغ رقم أعمالها 300 مليار دينار جزائري وتمثل جزء من الاقتصاد الوطني. على غرار أكبر الشركات في العالم، تسعى نفطال دائما إلى تعظيم أرباحها وتحسين خدماتها بالإضافة إلى أهداف أخرى تسعى دائما لتحقيقها، حيث يوجد قسم خاص للبحوث وتطويرها يعمل جاهدا في دراسة وتطوير آليات و أساليب تقنية في اتخاذ القرار بالاستعانة بخبراء في هذا المجال.تساعد الأساليب التقنية والتحليل الرياضي على تقييم المحطات على أساس عدة معايير حيث استصعب على الشركة كيفية ترتيب عدد من المحطات لبعض ولايات الوطن وقام باحثون في محاولة ترتيبها باستعمال التحليل متعدد المعايير والطريقة المتبعة أسفرت على نتائج معتمدة على عدة معطيات من الخبراء وعلى أكثر من فرضية لإيجاد الحل لسنة 2017 (Bouhenniche,Haoua, 2021).

2.2. الأدوات والأساليب المعتمدة في جمع وتحليل البيانات

تمت دراسة إحصائية من طرف باحثين في جمع البيانات و تلخيصها لمؤسسة نفطال وذلك لسنة 2017 والتي تنص على اختيار الأهداف المهمة حسب 33 خبير من الفرع التجاري للمؤسسة حيث وجه لهم استبيان للإجابة أسفر هذا الأخير على ثمانية أهداف مرتبة ترتيبا تنازليا من الأهم إلى الأقل أهمية.

بعد الإلمام بكل المعطيات المقدمة (Bouhenniche,2021) والتدقيق على الهدفين الأكثر أهمية بالنسبة لخبراء المؤسسة من خلال دراسة أهمية كل هدف من الأهداف، حاولنا اعتماد هذه الدراسة في استخلاص المعطيات وأردنا تجسيد دراستنا على البيانات الموضحة في الملحق رقم 01 المختارة بطريقة علمية من بين عدة معطيات خاصة لسنة 2019.

1.2.2. سرد معطيات لسنة 2019

- العمود الأول من الملحق رقم 01 يمثل رقم المحطات المرشحة للاختيار حيث يوجد 36محطة خدمات.
- أما العمود الثاني من الملحق رقم 01 فيمثل عنوان المحطات المرشحة للاختيار.
- بالنسبة للعمود الثالث يمثل إيرادات مواد التشحيم والعجلات لكل محطة، ونرمز لها $C_1,C_2,\ldots,C_{36}$
- بالنسبة للعمود الرابع من الملحق رقم 01 فيمثل إيرادات الوقود وGPL لكل محطة، ونرمز لها $R_1,R_2,\ldots,R_{36}$
- أما العمود الخامس فيمثل عدد الموظفين المكونين لكل محطة ونرمز له $NN_1,N_2,\ldots,_{36}$

أما عدد الموظفين المراد مكافأتهم ونرمز له ب Nيتعلق بمجموع عدد الموظفين المكونين لكل محطة و قيمته موضحة في فقرة صياغة المسألة.

2.2.2. الأدوات المستعملة للدراسة

- تم برمجة طريقة ابسيلون قيد لحل المسألة المدروسة.
- استعمال برمجية ماتلاب (مختبر المصفوفات) نسخة 2015 والتي تعد كبرمجية مخصصة للمهام الحسابية والمسائل الرياضية وكذا رسم البيانات للدوال الرياضية و تستخدم البرمجية مع عدة تطبيقات .

- استعمال برمجية سيبلاكس نسخة 12.6 الموجه لحل مسائل الأمثلية في زمن تنفيذ قياسي.

بعد ما تم تقديم نبذة عن مؤسسة نفطال ومهامها وما تطمح إليه من أهداف واحترام بعض القيود من موارد مادية أو بشرية (مال مخصص للمكافآت). نقدم في الفقرة الموالية كيفية صياغة المسألة المطروحة.

3.2. نموذج الدراسة الميدانية

يتكون النموذج الرياضي للمسألة المدروسة من عدّة عناصر أساسية.

1.3.2. تحديد متغيرات القرار

لدينا 36 محطة مقترحة أو مرشحة للاختيار أي حجم المسألة (n = 36) و يتشكل النموذج من 36 متغيرة قرار(Decision variables) معرفة على النحو الآتي:

$$X_i = \begin{cases} 1 & i \text{ تم إختيار المحطة} \\ 0 & \text{لم يتم اختيارها} \end{cases}$$

2.3.2. تحديد دوال الهدف

يمكن للمسألة أن تحتوي على عدة أهداف متناقضة و متفاوتة في الأهمية، سنكتفي في هذه الدراسة بهدفين حيث يعتبران من الأهداف الأكثر أهمية بالنسبة لخبراء المؤسسة.

دالة الهدف الأولى: تهدف المؤسسة لتعظيم إيرادات مواد التشحيم والعجلات وتصاغ بالشكل التالي:

$$Max\ Z^1 = \sum_{i=1}^{36} \mathrm{C_i}\, X_i \quad , \qquad i = 1, \dots, 36$$

حيث تمثل $\mathrm{C_i}$ إيرادات مواد التشحيم و العجلات للمحطة i.

دالة الهدف الثانية: تهدف المؤسسة إلى تعظيم إيرادات الوقود وGPLوتصاغ بالشكل التالي:

$$Max\ Z^2 = \sum_{i=1}^{36} \mathrm{R_i}\, X_i \quad , \qquad i = 1, \dots, 36$$

حيث: R_i إيراداتالوقود و GPL للمحطةi

3.3.2. تحديد قيود المسألة

تتمثل في قيد واحد وهو عدم تخطي عدد موظفيالمحطات المختارة العدد المسموح به ولنرمز له بـــــ:N

إذن قيد المسألة يصاغ بالشكل التالي:

$$\sum_{i=1}^{36} N_i X_i = N_1 X_1 + N_2 X_2 + \cdots + N_i X_i \leq N$$

حيثN_i عدد الموظفين المكونين للمحطة i .

4.3.2. تحديد فرضيات المسألة

بدون فقد عموميات فرضيات المسألة موضحة على النحو التالي:

- N, N_i, R_i, C_i أعداد صحيحة موجبة.
- $\sum_{i=1}^{36} N_i > N$ و هذا للتخلص من أي حل بديهي.
- $N_i \leq N$ للتخلص من أي حل بديهي.
- Nيستخرج من الصيغة التالية $r = \frac{N}{\sum_{i=1}^{36} N_i}$ (Tighness ratio)

نسبة الدقة r : هي نسبة مجموع الموظفين المحدد مكافأتهم من إجمالي موظفي كل المحطات.

نفرض في هذه الدراسة أن $r \simeq 50\%$،وتعتبر هذه الحالة متداولة في معظم الدراسات و تحقق هذه النسبة صعوبة كبيرة في حل المسألة و تمثل الحالة الأكثر تميزا وتعقيدا (Visée,1998;Daoud,2016)

في الأخير، سنأخذ الجزء الصحيح لكل المعطيات المذكورة في الملحقرقم01ليتسنى لنا صياغة المسألة على شكل مسألة حقيبة الظهر ثنائية الأهداف ثنائية المتغيرات المعرفة على النحو التالي:

$$(\text{BOKP})\begin{cases} \max\ Z^1 = \sum_{i=1}^{n} C_i X_i \\ \max\ Z^2 = \sum_{i=1}^{n} R_i X_i \\ S/t \quad \sum_{i=1}^{n} N_i X_i \leq N \\ X_i \in \{0\ ,1\} \end{cases}$$

سنتطرق في الفقرة الموالية إلى أهم نتائج الدراسة.

3- النتائج

1.3- نتائج الدراسة

بعد دراسة المعطيات المقدمة من طرف مؤسسة نفطال واستخلاص الجزء الأهم لدراستنا، تم بناء النموذج الرياضي المناسب الذي يتمثل في مسألة حقيبة الظهر متعددة الأهداف ثنائية المتغيرات التي تعد من المسائل الأكثر تعقيدا.اقترحنا برمجة طريقة ابسيلون قيد في حل المسألة (BOKP) وهذه الطريقة مستعملة بكثرة في حل العديد من مسائل الأمثلية التوافقية من بينها مسألة حقيبة الظهر متعددة الأهداف التي تعتبر اقتصاراً و امتداداً لعدّة مسائل أمثلية أخرى. بعد حل المسألة المطروحة التي تتمثل في اختيار أفضل محطات خدمات السيارات من بين مجموعة من البدائل، نعرض النتائج الموضحة في الملاحق رقم 02، رقم 03 ورقم 04 على متخذ القرار. حيث يتم تحليل نتائج الدراسة حسب وضعية هذا الأخير.

توضح الملاحق رقم 02، رقم 03 ورقم 04 الحلول الفعّالة (Efficient solutions) الناتجة عن حل المسألة المطروحة ونرمز لها ب ES،و التي يمكن أن نقسمها إلى عدة أقسام على النحو التالي:

ES={ES_1, ES_2,ES_3} حيث (NDS={NDS1,NDS2,NDS3}) تمثل صورة الحلول الفعالة ESلدالتي الهدف(Non-dominated Solutions).

- الوضعية الأولى: اكتشف متخذ القرار بعد عرض النتائج أنه يهتم بتعظيم الهدف الأول بنسبة أكبر من الهدف الثاني وبالتالي يكون قد انحاز إلى هدف دون الآخر فنقترح عليه اختيار قراره من مجموعة الحلول ES_1={S1,S2,…,S17} موضحة في الملحق رقم 02 التي تمثل مجموعة جزئية من مجموعة الحلول الفعّالة وصورتها في فضاء دالتي الهدف (Non-dominated Solutions) NDS1 حيث NDS1=Z(ES1)=(Z^1(ES1), Z^2(ES1)) موضحة في الجدول رقم 01 وممثلة بيانيا في الرسم البياني رقم 01 باللون الأحمر.
- الوضعية الثانية: أما إذا تغيرت وضعية متخذ القرار وأراد أن يعظم الهدف الثاني بنسبة أكبر من الهدف الأول فسيتغير اقتراحنا ونوجهه إلى مجموعة القرارات الفعالة ES_2={S18,S19,…,S35} الموضحة في الملحق رقم 04 وصورتها في فضاء دالتي الهدف NDS2 حيث NDS2=Z(ES2)=(Z^1(ES2), Z^2(ES2)) موضحة في الجدول رقم 03 وممثلة بيانيا في الرسم البياني رقم 01 باللون الأخضر ويؤدي ذلك للحصول على نتيجة مختلفة على الوضعية الأولى.
- الوضعية الثالثة: يمكن لمتخذ القرار أن يهتم بتعظيم الهدف الأول والثاني بنسبة متساوية تقريبا وبذلك تصبح مجموعة القرارات الفعالة ES_3={S36,S37,…,S52} حيث NDS3=Z(ES3)=(Z^1(ES3), Z^2(ES3)) موضحة في الملحق رقم 03

وصورتها في فضاء دالتي الهدفND3موضحة في الجدول رقم02و ممثلة بيانيا في الرسم البياني رقم01 باللون الأزرق، الأكثر اقتراحا.

- الوضعية الرابعة: كما يمكن لمتخذ القرار أن يكون حياديا وبالتالي نقترح عليه حل فعال من مجموعة الحلول الفعالة.SE

جدول رقم 1. صورة الحلول الفعالة ES_1 في فضاءالأهداف (*1.0e+07)

ES_1 / $Z(ES_1)$	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8
Z^1	0.0475	0.0473	0.0473	0.0469	0.0468	0.0468	0.0467	0.0467
Z^2	1.0630	1.0777	1.0903	1.1255	1.1374	1.1394	1.1520	1.1520
S_9	**S_{10}**	**S_{11}**	**S_{12}**	**S_{13}**	**S_{14}**	**S_{15}**	**S_{16}**	**S_{17}**
0.0462	0.0460	0.0459	0.0458	0.0458	0.0458	0.0456	0.0456	0.0452
1.1653	1.1671	1.1676	1.1794	1.1803	1.1892	1.1934	1.1934	1.1942

مصدر: من إعداد الباحثة ببرمجة طريقة ابسيلون قيد في حل المسألة المدروسة

تشير نتائج الجدول رقم 01، أن أعظم قيمة إيرادات مواد التشحيم والعجلات المتمثلة فيZ^1لسنة 2019 وصل إلى 0.0475*1.0 e+07، بينما القيمة الموافقة لها لإيرادات الوقود وGPL المتمثلة في Z^2 وصلت إلى 1.0630*1.0 e+0.7 وتمثل بذلك أول حل فعال S1، تتزايد قيمة إيرادات الوقود وGPL حتى تصل إلى 1.1942*1.0 e+0.7 لتمثل بذلك الحل S17.

جدول رقم 2. صورة الحلول الفعالة SE_3 في فضاء الأهداف (*1.0e+07)

ES_2 / $Z(ES_2)$	S_{18}	S_{19}	S_{20}	S_{21}	S_{22}	S_{23}	S_{24}	S_{25}	S_{26}
Z^1	0.0451	0.0451	0.0448	0.0447	0.0447	0.0447	0.0446	0.0446	0.0444
Z^2	1.1988	1.2033	1.2040	1.2052	1.2077	1.2090	1.2162	1.2164	1.2182
S_{27}	**S_{28}**	**S_{29}**	**S_{30}**	**S_{31}**	**S_{32}**	**S_{33}**	**S_{34}**	**S_{35}**	
0.0443	0.0443	0.0440	0.0438	0.0436	0.0435	0.0427	0.0426	0.0425	
1.2259	1.2336	1.2362	1.2402	1.2419	1.2499	1.2523	1.2557	1.2562	

مصدر: من إعداد الباحثة ببرمجة طريقة ابسيلون قيد في حل المسألة المدروسة

بينما توضح نتائج الجدول رقم 02،أن إيرادات مواد التشحيم والعجلات وكذا إيرادات الوقود وGPL لسنة2019 وصلت إلى قيمتها المتوسطة في معظم الحلول الفعالة S18,S19,…, S35.

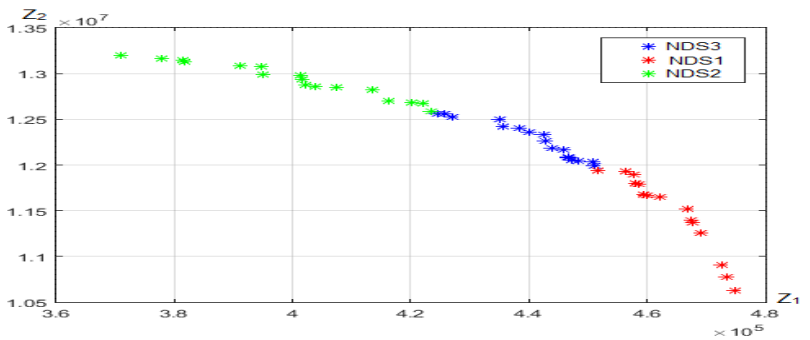
جدول رقم 3. صورة الحلول الفعالة SE_2 في فضاء الأهداف(*1.0e+07)

ES_3 $Z(ES_3)$	S_{36}	S_{37}	S_{38}	S_{39}	S_{40}	S_{41}	S_{42}	S_{43}
Z^1	0.0423	0.0422	0.0420	0.0416	0.0414	0.0408	0.0404	0.0402
Z^2	1.2588	1.2674	1.2685	1.2702	1.2820	1.2848	1.2861	1.2871
S_{44}	S_{45}	S_{46}	S_{47}	S_{48}	S_{49}	S_{50}	S_{51}	S_{52}
0.0402	0.0401	0.0395	0.0395	0.0391	0.0382	0.0381	0.0378	0.0371
1.2936	1.2982	1.2989	1.3073	1.3086	1.3125	1.3149	1.3162	1.3199

مصدر: من إعداد الباحثة ببرمجة طريقة ابسيلون قيد في حل المسألة المدروسة

تشير نتائج الجدول رقم 03 أن إيرادات الوقود وGPL المتمثلة في Z^2 تتزايد من حل لآخر حتى تصل إلى أعظم قيمة لإيرادات الوقود وGPL (1.3199*1.0 e+0.7)، الموافقة لقيمة Z^1 (0.0371*1.0 e+0.7) وهذا لسنة 2019 من خلال الحلول الفعالة الموضحة في الجدول رقم03.

الشكل البياني رقم 1. مجموعة الحلول غير المهيمنة –NDS–



مصدر: من إعداد الباحثة ببرمجة طريقة ابسيلون قيد في حل المسألة المدروسة

يوضح الشكل البياني رقم 01 أن طريقة ابسيلون قيد المبرمجة باستعمال برمجية ماتلاب وبرمجية سيبلاكس قدمت كل الحلول الفعالة المسماة (Non-dominated solutions)(Pareto front)عكس الطرق التقريبية التي تقدم مجموعة من الحلول غير الدقيقة(تقريبية) و يمكن أن تكون بعيدة عن الحلول الدقيقة.

يمكن استخلاص عدة نتائج من هذا البحث نذكر منها:

- مسألة حقيبة الظهر متعددة الأهداف نموذج يستحق الدراسة لما له من تطبيقات عديدة في الواقع.
- تأكيد اللجوء إلى تقنيات كمية لاتخاذ القرار في مؤسساتنا الاقتصادية وغير الاقتصادية.
- برمجة الطرق الدقيقة للحل في حالة مسائل أمثلية متوسطة الحجم وعدم اختيار الطرق التقريبية المقترحة لأنها اقترحت لمسائل الأمثلية كبيرة الحجم.
- الاستعانة بالطرق التفاعلية (Interactive methods) بين رجل الدراسات ومتخذ القرار لدعم القرار الأمثل أو مجموعة من القرارات الفعالة. يمكن أن تعتمد هذه الطرق من بداية الحل إلى آخره أو كآخر مرحلة للحل كما هو الحال في هذه الدراسة حيث أسفرت على 52 حل فعّال.

2.3- مناقشة النتائج

أجابت النتائج على الفرضية الموضوعة قيد الدراسة بطريقة علمية ودقيقة حيث تم تعيين أفضل محطات خدمات السيارات من بين 36 محطة مقترحة للمؤسسة على أساس تحقيق الهدفين الأكثر أهمية في آن واحد وعدم تخطي عدد الموظفين المسموح بمكافأتهم وبالتالي تحديد أكفء موظفي المؤسسة. أيضا أسفرت النتائج على عدد معتبر من الحلول أو القرارات الفعالة (52 حل فعال) التي تضع متخذ القرار في أريحية تامة لاتخاذ قراره، كما يمكنه أن يلجأ إلى الطريقة التفاعلية مع رجل الدراسات ليتفق الاثنين على

حل وسط (compromis) يرضي الطرفين. تحدد هذه المرحلة العوامل المؤثرة على شخصية متخذ القرار (متغيرات نوعية) والتي لا يمكن إدراجها في النموذج الرياضي. كما أن النتائج المتحصل عليها تتعارض مع مجموعة الحلول المقترحة في عدة نقاط إذا استخدمنا الطرق التقريبية التي اقترحت من أجل مسائل الأمثلية ذات الأحجام الضخمة. أيضا الحلول المقترحة باستعمال الطريقة التفاعلية هي جزء من الحلول الفعالة الناتجة عن الطريقة الدقيقة المستعملة في الدراسة لأن متخذ القرار يفصح على العوامل الشخصية بطريقة سؤال وجواب.

خاتمة

تعتمد القرارات الإدارية لمؤسساتنا على الخبرة والحدس وبعض التجارب الناجحة وتتأثر بالعوامل الشخصية لمتخذ القرار، لذا يتوجب على مؤسساتنا اللجوء إلى استخدام أساليب للمساعدة على اتخاذ القرار. إن مسائل الأمثلية التوافقية أداة وأسلوب فعال في تحسين أداء المؤسسات الاقتصادية باتخاذ أفضل وأحسن القرارات. اهتمت هذه الدراسة باختيار وبعناية أفضل محطات خدمات السيارات من بين المحطات المقترحة لمؤسسة نفطال والتي تحقق الهدف المنشود المتمثل في تعظيم إيرادات مواد التشحيم والعجلات وتعظيم إيرادات الوقود و GPL لسنة 2019 مع مراعاة عدم تخطي المورد البشري المتاح للمكافأة. تمّ اللجوء لحل المسألة إلى برمجة طريقة ابسيلون قيد و استخدام برمجية ماتلاب وبرمجية سيبلاكس التي أكدت على فرضيات البحث في إمكانية مساهمة مسألةحقيبة الظهر متعددة الأهداف ثنائية المتغيرات في حل مشكل الاختيار، بدوره ساعد هذا الأخير في كيفية مكافأة أفضل موظفي المؤسسة بحيث لا يتعدى عدد موظفي المحطات المختارة المتاح من العدد المراد مكافأتهم. وضعت نتائج الدراسة متخذ القرار في أريحية لأخذ قراره بعيدا عن أي ضغط حيث قدمت له مجموعة من الحلول الفعالة لأفضل المحطات وهذا لعدة وضعيات.

استنادا إلى النتائج المتوصل إليها في هذا البحث باللجوء لدراسة مسائل الأمثلية التوافقية متعددة الأهداف يمكن إثراء البحث بعدة نقاط وبحوث مستقبلية في هذا المجال منها:

- تعميم الدراسة إلى عدة أهداف (أكثر من هدفين) و اللجوء إلى الطرق الحديثة للتحليل متعدد المعايير (دعم القرار متعدد المعايير) الأوسع من البرمجة الخطية متعددة الأهداف والذي يشمل متغيرات كمية و نوعية.
- التطرق إلى دراسة مقارنة بين طرق الحل المقترحة للمجالين.
- محاولة دراسة مسائل الأمثلية التوافقية في حالة البيانات الضخمة والتطرق إلى الذكاء الاصطناعي والأساليب الاستكشافية لحلها.

في الأخير، نقول أن عملية الاختيار هذه لا تقتصر على المؤسسة وإنما يمكن أن تتوسع لتشمل العديد من القطاعات مما يزيد من أهمية المسألة المدروسة.

المراجع البيبليوغرافية

Bazgan C., Hugot H., & **Vanderpooten D., (2009).** «Solving efficiently the {0-1\} multi-objective knapsack problem». *Computers & Operations Research, 36(1):260-279.*

Bouhenniche O., Haoua N., (2020-2021). « *Analyse et classification multicritère selon la performance des stations de service NAFTAL* », Mémoire Master, Université, Alger1.

Cacchiani V., Lori M., Locatelli A., & **Martello S., (2021).** «*Knapsack problems- An Overview of Recent Advances. Part I : Single knapsack problems*». Computers & Operations Research. Vol. 143, July 2022, 105693

Cacchiani V., Lori M., Locatelli A., & **Martello S., (2022).** «*Knapsack problems* - An Overview of Recent Advances. Part II : Multiple, Multidimentional and Quadratic Knapsack Problems)». *Computers & Operations Research*. Vol. 143, July 2022, 105693

Chaabane D., Daoud M., (2015). «Data Pre-treatment for Solving bi-objective Knapsack Problem».The 23rd International Conference on

Multiple Criteria Decision Making, (MCDM'15), 2nd-7th August Hamburg, Germany.

Daoud M., (2016). « *Exploitation de l'information pour résoudre les problèmes d'optimisation combinatoire multicritères* » USTHB, Alger. Thèse de Doctorat (Sous la direction du prof Chaabane D).

Daoud M., & **Chaabane D., (2017).** «A cooperative Method –reduction size and resolution -of Binary Bi-Objective Knapsack Problem», in *the 30th International Conference of the Jangjeon Mathematical Society* (ICJMS-2017), Algiers 12-15 July.

Daoud M., & **Chaabane D., (2016**). «New reduction strategy in the biobjective knapsack problem». *Intl. Trans. in Op. Res. Vol, 25, pp,1739-1762, John Wiley& Sons,USA.*

Daoud M., & **Chaabane D., (2015).** «Effect of Reduction Strategy in the Binary Bi-Objective Knapsack Problem», in *The 11thInternational Conference on Multiple Objective Programming and Goal Programming (MOPGP'15)*, Tlemcen, Algeria, 13-15 December.

Delort C., & **Spanjaard, O. (2010).** Using bound sets in multiobjective optimization: Application to the biobjective binary knapsack problem. 9 قُدِّم في *The International Symposium*, (SEA 2010), Lecture Notes in Computer Science, Naples, Italy, pp, 253-265, Springer.

Ehrgott M., (2005). «*Multicriteria Optimization*» Second Ed. Springer., Berlin.

Ehrgott M., & **Gandibleux X., (2002).** «Multiple Criteria Optimization», *State of the Art Annotated Bibliographic Surveys, volume 52, pages 369-444. Kluwer AcademicPublishers, Boston, MA.*

Jorge J., & **Gandibleux X., (2007).** Nouvelles propositions pour la résolution exacte du problème de sac à dos bi-objectif unidimensionnel en variables binaires. قُدِّم في *FRANCORO V/ROADEF* 2007.

Kellerer H., Pferschy U., & **Pisinger D., (2004).** «*Knapsack Problems*» Springer Verlag, Berlin.

Martello S., & **Toth P., (1990).** «*Knapsack Problems: Algorithms and Computer Implementations*», New York: Wiley.

Lust T., Teghem J., (2012). « The multiobjective multidimensional knapsack problem : a survey and a new approach ». *Intl. Trans. in Op. Res. 00, 1-26.*

Teghem J., (2012). *Cours de Recherche opérationnelle. Méthode d'optimisa*tion Tome1, Paris, édi. Eyrolles, 2012. (coll. Références sciences).

Vincke P., (1988). « *Aide multicritère à la décision* ». Ed. Université de bruxelle, Belgique.

Visée M., Teghem J., Pirlot M., & **Ulungu E.L., (1998).** «Two-phase Method and Branch and Bound Procedures to Solve the Bi-objective Knapsack Problem». *Journal of Global Optimization, Vol. 12, pp. 139-155.*

الملاحق

ملحق01: معطيات المؤسسة من بيانات خاصة بكل محطة خدمات السيارات

Nbrd'effectiffor mé	CA Carburant et GPL/C	CA lubrifiants et pneumatiques	Adresse	Station
14	189502,0363	31565,28074	54 AVENUE DE ALN HUSSEIN DEY	1621
10	266931,1287	15479,31275	114 RUE DIDOUCHE MOURAD ALGER	1622
17	646617,9253	18487,59194	RTE NLE N°5 LES VERGERS BIRKHADEM	1625
23	811021,556	9802,6296	AV COLONEL AMIROUCHE BEK	1627
28	283112,4415	500,388	RTE NLE N°5 BAB EZZOUAR	1628
27	865106,5402	41181,97734	ROUTE DE SIDI MOUSSA BARAKI	1639
48	1638906,185	35278,34302	PARC DES LOISIRS CAROUBIER	1640
22	1199584,841	75776,78786	AUTOROUTE DE L'OUEST MOHAMMADIA	1645
16	568212,5583	16933,59758	AUTOROUTE DE L'EST MAZAFRAN	1646
23	932996,3837	11839,5144	AUTOROUTE DE L'OUEST MAZAFRAN	1647
32	1308274,34	54213,2189	ROUTE N° 21 CHERAGA	1648

18	516262,4385	9216,5652	CARREFOUR BRIDJA STAOULI	1649
12	440445,614	13016,35114	130 CHEMIN MED GACEM EL MADANIA	1650
6	1281923,206	45705,52685	AUTOROUTE DE L'EST ROUIBA	1651
12	340891,0235	4805,058	AVE MOHAMED FELLAH KOUBA	1652
8	285505,0881	6744,4644	HAI EL BADR KOUBA	1653
7	211906,9628	4066,4772	AVENUE DU 1ER NOVEMBRE ROUIBA	1654
5	85661,78194	4816,9812	PORT ALGER	1656
12	231851,0373	3980,88042	EL BIAR	1659
16	482052,0551	9852,176244	MADANIA	1657
14	84790,3985	587,1024	BAB EL OUED	1658
27	579137,7826	21963,4474	ROUTE N° 24 FIGUIER BOUMERDES	3520
20	442759,2436	19205,01766	BORDJ MENAIEL BOUMERDES	3521
11	526511,0015	14835,05699	70 AVENUE DU 1ER NOVEMBRE BOUDOUAOU	3525
24	671389,7237	9529,804452	BOUIRA	1020
16	260791,527	9415,948776	SOUR EL GHOZLANE	1021
15	335941,5744	22906,12264	KADIRIA	1022
5	91472,21179	7563,7197	GUERROUMA	1023
22	661680,7837	20307,17423	ROUTE DE TIKDJDA BOUIRA	1025
5	78413,57011	11175,06593	AIN BESSEM	1026
14	351009,5846	16918,54472	BECHLOUL	1027
15	202124,0401	11669,80235	BIR GHBALOU	1028
11	138641,9482	8057,129736	RAOURAOUA	1029
16	849460,4903	7176,911844	BECHLOUL NORD	1030
26	1217085,092	7292,237184	BECHLOUL SUD	1031
15	572213,9044	14647,43771	AIN BESSAM	R1032

مصدر: بعض معطيات مؤسسة نقطال ماخوذة بطريقة مدروسة

ملحق 2. مجموعة جزئية من مجموعة الحلول الفعالة ES_1

X_{36})	1)	1)	1)	1)	1)	1)	1)	1)	1)	1)	1)	1)	1)	1)	1)	1)	1)
X_{35}	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
X_{34}	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
X_{33}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X_{32}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X_{31}	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
X_{30}	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1
X_{29}	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
X_{28}	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
X_{27}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1
X_{26}	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
X_{25}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X_{24}	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
X_{23}	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
X_{22}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X_{21}	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1
X_{20}	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
X_{19}	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	1
X_{18}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X_{17}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
X_{16}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X_{15}	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X_{14}	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0
X_{13}	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
X_{12}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X_{11}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X_{10}	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
X_9	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
X_8	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0
X_7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
X_6	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
X_5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X_4	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
X_3	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
X_2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(X_1	(1	(1	(1	(1	(1	(1	(1	(1	(1	(0	(1	(1	(1	(1	(1	(1	(0
X	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}	S_{16}	S_{17}

مصدر: من إعداد الباحثة باستعمال برمجية ماتلاب و سيبلاكس فيحلالمسألة المدروسة

ملحق03: مجموعة جزئية من مجموعة الحلولالفعالة ES_2

X	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}	X_{13}	X_{14}	X_{15}	X_{16}	X_{17}	X_{18}	X_{19}	X_{20}	X_{21}	X_{22}	X_{23}	X_{24}	X_{25}	X_{26}	X_{27}	X_{28}	X_{29}	X_{30}	X_{31}	X_{32}	X_{33}	X_{34}	X_{35}	X_{36})
S_{18}	(1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1)
S_{19}	(1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1)
S_{20}	(1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1)
S_{21}	(1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1)
S_{22}	(1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1)
S_{23}	(1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1)
S_{24}	(1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1)
S_{25}	(1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1)
S_{26}	(0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1)
S_{27}	(1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1)
S_{28}	(1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1)
S_{29}	(1	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1)
S_{30}	(1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1)
S_{31}	(1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1)
S_{32}	(1	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1)
S_{33}	(1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1)
S_{34}	(1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1)
S_{35}	(1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	1)

مصدر: من إعداد الباحثة باستعمال برمجية ماتلاب و سيلاكس في حل المسألة المدروسة

ملحق 4. مجموعة جزئية من مجموعة الحلول الفعالة ES_3

X	(X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}	X_{13}	X_{14}	X_{15}	X_{16}	X_{17}	X_{18}	X_{19}	X_{20}	X_{21}	X_{22}	X_{23}	X_{24}	X_{25}	X_{26}	X_{27}	X_{28}	X_{29}	X_{30}	X_{31}	X_{32}	X_{33}	X_{34}	X_{35}	X_{36})
S_{36}	(1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1)
S_{37}	(1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1)
S_{38}	(1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1)
S_{39}	(1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1)
S_{40}	(1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0)
S_{41}	(1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0)
S_{42}	(1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0)
S_{43}	(1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0)
S_{44}	(1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0)
S_{45}	(1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0)
S_{46}	(1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0)
S_{47}	(1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0)
S_{48}	(1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0)
S_{49}	(1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0)
S_{50}	(1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0)
S_{51}	(1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0)
S_{52}	(1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0)

مصدر : من إعداد الباحثة باستعمال برمجية ماتلاب و سيبلاكس في حل المسألة المدروسة