

Etude thermique expérimentale des suspensions non newtoniennes en écoulement dans une conduite horizontale à géométrie variable

Benoît Fanou Zinsou FAGLA¹, Michel GRADECK², Gérard DEGAN¹,
Antoine VIANOU³ et Michel LÉBOUCHÉ²

¹ Laboratoire d'Energétique et de Mécanique Appliquée (LEMA), Ecole Polytechnique d'Abomey-Calavi,
Université d'Abomey-Calavi 01 BP 2009 Cotonou, Bénin

² Laboratoire d'Energétique et de Mécanique Théorique et Appliquée (LEMTA) CNRS/ INPL/UHP1, avenue de la
forêt de Haye, BP 160 54504 Vandoeuvre-lès-Nancy cedex, France

³ Laboratoire de Caractérisation Thermophysique des Matériaux et d'Appropriation Energétique (C.T.M.A.E.),
Ecole Polytechnique d'Abomey-Calavi, Université d'Abomey-Calavi 01 BP 2009 Cotonou, Bénin

* Correspondance, courriel : fbzflagla@yahoo.fr

Résumé

Dans l'industrie Agro-alimentaire, de nouveaux produits, de plus en plus complexes pour les chercheurs, sont mis en consommation. Sur ce papier nous exposons les résultats d'une étude thermique expérimentale des suspensions non newtoniennes et pseudoplastiques en écoulement dans une conduite horizontale à géométrie variable. Ces suspensions sont constituées de grosses sphères dures dans une solution de Tylose. Elle nous a permis de mettre en exergue les limites du développement de la couche limite thermique dont la l'augmentation est favorisée par la présence de sphères rigides dans le mélange. L'étude met en évidence, d'une part, l'interdépendance entre l'hydrodynamique et la thermique des suspensions des particules dont le diamètre moyen d est de 4,4 mm et le rapport d'aspect d/D est égal à 0,13 et d'autre part, les effets convectifs des particules (perturbations de la couche limite) dans des écoulements dans une conduite à géométrie variable. Cette étude nous a permis de comprendre les mécanismes de chauffage du mélange à partir de la paroi en observant une amélioration de la qualité du transfert de chaleur avec la fraction volumique des sphères dures et avec l'utilisation d'une conduite à géométrie variable.

Mots-clés : *solide-liquide, suspensions, sphères, thermique, concentration, hydrodynamique.*

Abstract

Experimental thermal study of the non-newtonian suspensions flowing in a horizontal duct with variable geometry

In the Agri-Food industry, new products, more and more complex for researchers, are put into consumption. This paper presents the results of an experimental study of heating Non-Newtonian and pseudoplastic suspensions flowing in a horizontal pipe with variable geometry. These suspensions are composed of large hard spheres in a solution of Tylose. It helped to highlight the limits of the development of the thermal boundary layer, which the increase is enhanced by the presence of rigid spheres in the mixture. The study highlights the interdependence between hydrodynamics and thermal of the suspensions of particles with a mean diameter d is 4.4 mm and the aspect ratio d / D is equal to 0.13. It shows the convective effects of the particles (disturbances of the boundary layer) flowing in a duct with a variable geometry.

This study helped us to understand the mechanisms of heating of the mixture from the wall observing an improvement in the quality of heat transfer with the volume fraction of hard spheres and with the use of a duct with variable geometry.

Keywords : *solid-liquid, suspension, sphere, thermal, concentration, hydrodynamics.*

Nomenclature

<i>Notations latines</i>		<i>Notations grecques</i>	
D_H	diamètre hydraulique (en m)	D	diamètre de la veine de chauffage (en m)
L	longueur de la veine de mesure (en m).	D_1	hauteur du canal rectangulaire avant élargissement
D_2	diamètre maximal de passage dans la géométrie en aval de l'élargissement brusque (avec $D_2=0,04$ m)	D_2	diamètre maximal de passage dans la géométrie en aval de l'élargissement brusque ($D_2 = 0,04$ m)
$T_m(z)$	température du mélange (en K)	K	indice de consistance
$T_p(z)$	température de la paroi (en K)	C_p	Chaleur spécifique (W/Kg K)
Z_R	abscisse du point de recollement (en m)	Z_R	abscisse du point de recollement (en m)
N	indice de structure	R^2	coefficient de régression
Re'	nombre de Reynolds généralisé de Metzner et Reed	r	rayon de la conduite (en m)
t	constante	Re_{am}	nombre de Reynolds calculé au diamètre avant élargissement
Te	température à l'entrée de l'échangeur (K)	H	hauteur de la marche (en m) après l'élargissement(en m).
\bar{U}	vitesse débitante (m/s)	$h(z)$	coefficient d'échange thermique par convection ($W/m^2.K$).
z	abscisse (m)	\dot{M}	débit massique du fluide (kg/s)
b	paramètre tel que $b = - \frac{\partial \kappa}{\partial T} / \kappa$	Q_v	débit volumique
D_H	diamètre hydraulique (m)	$A(z)$	surface d'échange thermique entre l'entrée et l'abscisse z,
		ΔP	perte de charge
		Φ	fraction volumique en particules sphériques
		μ_m	viscosité à la température du mélange
		ρ	masse volumique du fluide,
		φ_p	densité de flux de chaleur (imposée) à la paroi
		τ_p	contrainte pariétale
		μ_e	viscosité du fluide à l'entrée de la paroi
		μ_p	viscosité à la paroi
		λ	conductivité thermique du fluide

Nombres adimensionnels

<i>Reg</i>	<i>nombre de Reynolds généralisé de Metzner et Reed</i>
<i>Nu(z)</i>	<i>nombre de Nusselt local</i>
<i>Nu_∞</i>	<i>nombre de Nusselt asymptotique</i>
<i>Gz</i>	<i>nombre Graetz.</i>
<i>Nu_{D2max}</i>	<i>nombre de Nusselt maximal à l'abscisse du point de recollement</i>

1. Introduction

Dans l'industrie agro-alimentaire de nouveaux produits sont mis sur le marché en vue de satisfaire le consommateur. La qualité aseptique et organoleptique de ces fluides alimentaires chargés en particules solides dépend de la manière dont ils sont traités. Ils sont souvent chargés en particules solides (yoghourts avec des morceaux de fruits, confitures,...) qui modifient complètement l'hydrodynamique et la thermique de l'écoulement du fluide porteur. Les facteurs influant sur le transport et le transfert de chaleur des fluides chargés ont été identifiés ; c'est le cas de la taille des particules, de la concentration en particules, du régime d'écoulement de la suspension, des caractéristiques rhéologiques des fluides porteurs, du diamètre hydraulique et du rapport de densité fluide-particule. L'écoulement du mélange s'effectue dans une conduite à géométrie horizontale complexe. Cette conduite est faite de changements de géométrie présents dans tous les procédés industriels. Nous les retrouvons au niveau des raccords de tuyauterie (vannes, bacs, raccords de pompe, les coudes les T, les tuyères,...). Ils sont également provoqués pour favoriser le mélange de deux phases. De tels changements de géométrie perturbent fortement l'écoulement en aval de la singularité mais ils sont généralement bénéfiques pour le transfert de chaleur et de masse.

Des études menées par les auteurs tels que Chhabra (1990) [1], Cheng, (1970) [1], Kemblowski et Kolodziejcki (1973) [3], et Takahashi (1978) [4], sur le transport hydraulique de sphères dures permettent maintenant de bien appréhender le problème de la perte de charge, en conduite horizontale. Ce transport est fortement lié au régime d'écoulement diphasique. Des études sur de nombreux problèmes tels que le transfert de chaleur entre le fluide porteur et les sphères dures dans les conduites à géométrie variable sont résolues grâce aux travaux sur les suspensions solides-liquides menés par Hoareau (1996) [5]. Des grandeurs adimensionnelles fondamentales tels que le nombre de Reynolds, le nombre de Prandtl Pr et le nombre de Nusselt (Nu) sont utilisées. C'est le cas du nombre de Nusselt qui atteint une valeur faible au point de décollement puis croît de façon linéaire jusqu'à un maximum se situant légèrement au-delà de la zone de recollement qui correspond à la couche limite thermique selon les travaux de Fagla. En aval du point de recollement, le nombre de Nusselt tend vers la valeur obtenue pour un écoulement libre.

D'autres auteurs ont travaillé aussi sur des écoulements diphasiques solide-liquides. El Rhafiki et al (2009) [6] ont étudié le stockage et de distribution du froid par chaleur latente en traitant, d'une manière essentiellement numérique, les écoulements diphasiques avec changement de phase solide-liquide dans un échangeur. Deux types de matériaux à changement de phase ont été testés : coulis de glace et coulis stabilisés. Le coulis de glace est une suspension composée d'une phase porteuse. D'autres auteurs tels que Pan et Padoan (2010) [7] ont présenté un modèle pour analyser la vitesse relative d'inertie de particules dans des écoulements turbulents. Notre formulation générale provient de deux termes en référence avec les termes de l'accélération généralisée et du cisaillement généralisé car ils se réduisent à l'accélération et au cisaillement bien connus dans les limites de Saffman-Turner dans le cas du traitement des écoulements avec particules suivant les approches eulérienne et lagrangienne.

La phase dispersée est analysée suivant l'approche eulérienne à l'aide des équations générales moyennées de la phase dispersée. Ils ont montré que le terme de cisaillement généralisé représente la mémoire de particule de la différence de vitesse de l'écoulement le long de leurs trajectoires et dépend de l'inertie de la dispersion d'une paire de particule. Les calculs pour le cas de bidisperse montrent qu'à l'échelle de temps de friction d'une particule fixe, la vitesse relative est en fonction du temps de friction de l'autre particule. Ils ont montré que la principale contribution à l'immersion est de la durée de cisaillement généralisé, tandis que le terme d'accélération généralisée est dominant pour les particules de tailles très différentes. Les auteurs V. M. Alipchenkov et al., (2010) [8] ont travaillé sur un modèle algébrique non linéaire pour mettre en évidence la viscosité turbulente non linéaire. Le but de l'étude est de présenter un modèle explicite algébrique auto-cohérent des tensions de Reynolds (viscosité turbulente non linéaire) pour le calcul de deux phases qui s'écoulent et dont l'une est composée de petites particules denses.

Le modèle est testée par des moyens de comparaison avec les résultats de la solution d'un système d'équations différentielles pour toutes les composantes des tensions de Reynolds et les données de calcul numérique directe dans un flux de cisaillement homogène de particules. De même, les auteurs Zaichik et al., (2011) [9] ont travaillé sur un modèle statistique pour prédire la transmission de la chaleur de particules solides dans d'écoulements turbulents. L'objectif qu'ils se sont fixé est double. Il s'agit, d'une part, de présenter un modèle statistique de transport de particules et le transfert de chaleur dans les écoulements turbulents et d'autre part, d'examiner les performances de ce modèle dans divers écoulements turbulents allant d'un simple flux à un plus compliqué. Ce modèle est basé sur une équation cinétique pour la fonction de densité de probabilité de la vitesse des particules et de la température dans les distributions anisotropes écoulement turbulent. Les prédictions du modèle comparées aux simulations numériques et aux reproductions propres sont en adéquation les grandes tendances de calculs effectués sont performants dans des divers écoulements turbulents.

2. Matériel et méthodes

2-1. Matériel

2-1-1. Boucle d'essais

Le montage expérimental est constitué d'une boucle d'essais (*Figure 1*). Elle est composée d'un groupe motopompe (2), d'un échangeur tubulaire en graphite (3), d'un bac amont (4), d'un tube de PVC (polyvinyl de chlorure) placé en aval du bac en amont, d'un tube de PMMA (polyméthacrylate de méthyle) transparent, d'une zone de veine de chauffage (5), d'une conduite de dérivation, d'un débitmètre électromagnétique (7) et d'un bac aval (1) placé en sortie de la veine d'expériences et de la conduite de dérivation, qui a pour but de tranquilliser l'écoulement, d'assurer une charge minimale sur la pompe et d'introduire les phases solide et liquide dans la conduite. Le groupe motopompe est suffisamment puissant avec un débit ≈ 200 L/min. C'est une pompe centrifuge à roue semi ouverte à rotor hélicoïdal. Deux prises de pression placées à chaque extrémité du tube PMMA permettent la mesure de perte de charge sur une longueur de 1,9 m. Des prises de pression à l'entrée et à la sortie de la veine d'essais permettent la mesure des pertes de charge à l'aide d'un capteur de pression différentiel (6). En sortie de pompe, le fluide passe dans un échangeur tubulaire en graphite. Ensuite, le fluide arrive dans un bac amont destiné à calmer l'écoulement en amortissant les pulsations induites par la pompe et à homogénéiser le mélange liquide-solide et la température. Dans ce bac il règne une pression en fonction de la vitesse de rotation de la pompe. Ces grandeurs règlent le débit de fluide dans la veine d'essais.

Un tube de PVC d'une longueur de 67 diamètres est placé en aval du bac amont. Ce tube est suivi d'un autre en PMMA (transparent) d'une longueur de 53 diamètres pour établir spatialement l'écoulement. Ces tubes sont suivis de la veine d'expériences appelée encore zone de prise de mesures. En sortie de la zone de mesures, un débitmètre électromagnétique mesure le débit en temps réel. Nous utilisons 150 litres de Tylose à 0,75% en masse mélangée à des sphères dures d'alginate de diamètre moyen $\approx 4,4$ mm. La puissance de chauffage est assurée par deux résistances chauffantes mises en série et alimentées par un autotransformateur variable monophasé. Il y a des thermocouples implantés à la paroi pour la détermination de la mesure locale du coefficient d'échange par convection.

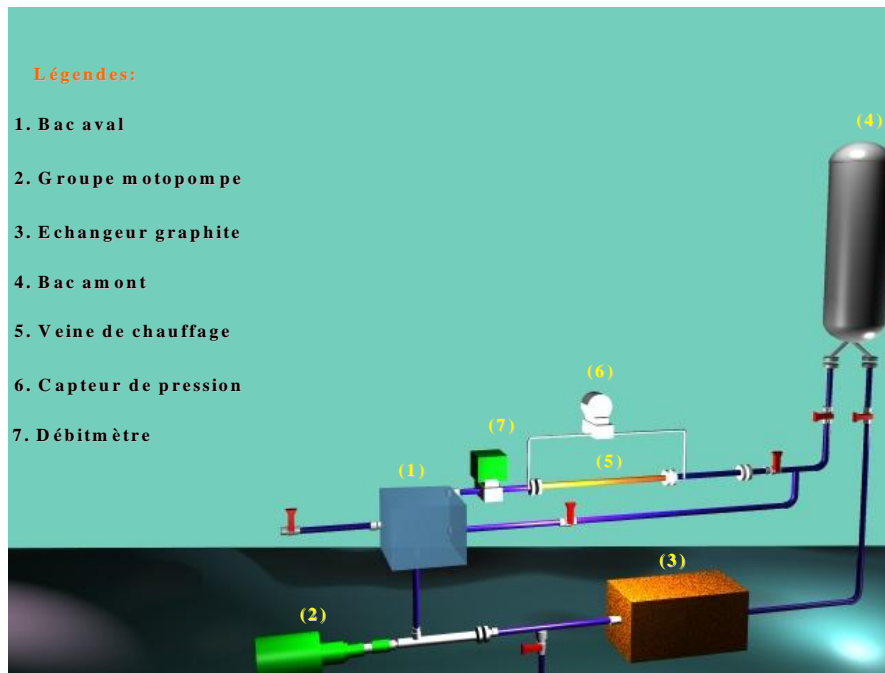


Figure 1 : *Schéma de la boucle d'essais*

2-1-2. Veines d'expérience

Elles sont composées de tubes et de la veine à géométrie complexe. Ce sont des éléments de mesure adaptés à la mise en œuvre des diverses techniques de mesure.

2-1-3. Tubes

Pour effectuer la mesure du comportement rhéologique et la perte de charge d'un mélange dans une conduite, il a été placé dans l'installation un tube PMMA de diamètre intérieur de 30mm en série avec le tube PVC dont les longueurs permettent l'établissement du régime. Deux prises de pression placées à chaque extrémité du tube PMMA permettent la mesure de perte de charge sur une longueur de 1,9 m (*Figure 1*).

2-1-4. Géométrie variable

La configuration de cette géométrie a pour but de favoriser le brassage des mélanges à faible nombre de Reynolds. Dans la partie bibliographique, nous avons vu qu'une zone de recirculation apparaît et s'établit en aval d'un élargissement brusque.

Selon différents auteurs, la zone de recirculation atteint une longueur moyenne égale à 10 fois la hauteur de la marche en régime turbulent. Cette longueur de recirculation est atteinte pour un nombre de Reynolds généralisé (Reg) qui est égal à 150 en régime laminaire. La longueur de mélange choisie étant de 12 diamètres, celle-ci permet d'inclure une zone de transfert de chaleur maximal (**Figure 2**). Le rapport des diamètres $D_1/D_2 = 0,5$ est apparu comme étant le meilleur compromis entre le développement d'une zone de mélange de la suspension et les risques d'obstruction liés à la présence des billes. Le diamètre moyen des billes étant de 4,36 mm, la hauteur de la zone de recirculation devait prévoir le chauffage des sphères. Le diamètre en amont de l'élargissement brusque ne devait ni générer un excès de perte de charge, ni favoriser le blocage de la conduite à forte concentration en particules solides. Le tube de diamètre égal à 30 mm est suivi par un premier élargissement brusque de diamètre égal à 40 mm. La géométrie complexe proprement dite est implantée en aval de ce premier élargissement la **Figure 3**. Un convergent contractant le diamètre de passage à 20 mm précède un deuxième élargissement brusque au diamètre de 40 mm ($D_1/D_2 = 0,5$).

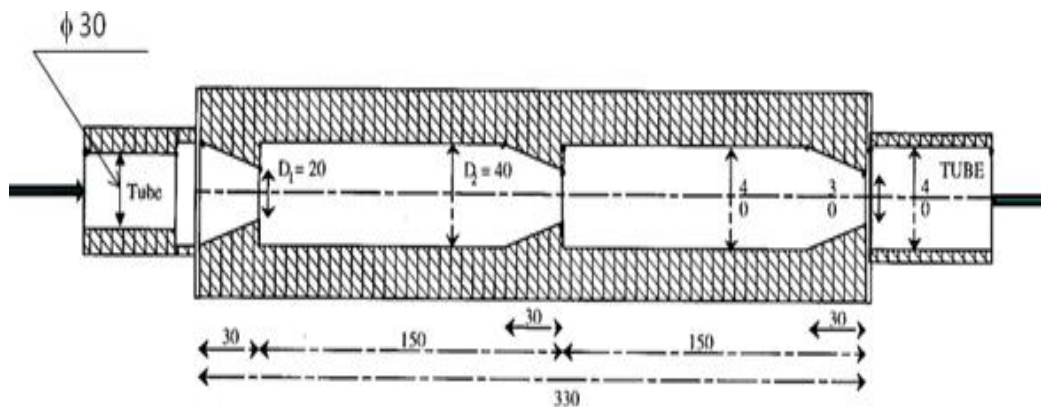


Figure 2 : Géométrie variable de la section-test (Cf. Fagla et al. , 2013)[10]

Ensuite le fluide parcourt la longueur de mélange de 120 mm ($L = 6 D_1$) avant le second convergent constituant l'entrée du second module. Ce second module, identique au premier, se termine par un convergent suivi d'un troisième élargissement brusque de diamètre égal à 40 mm. Les deux éléments chauffants montés en série sont alimentés par un autotransformateur variable délivrant une tension comprise entre 0 et 240 Volts. La puissance électrique est mesurée par un voltmètre et un ampèremètre. La figure 3 montre le schéma décrivant l'implantation des thermocouples dans l'élément, repéré par la position donnée en millimètres par rapport au premier élargissement.

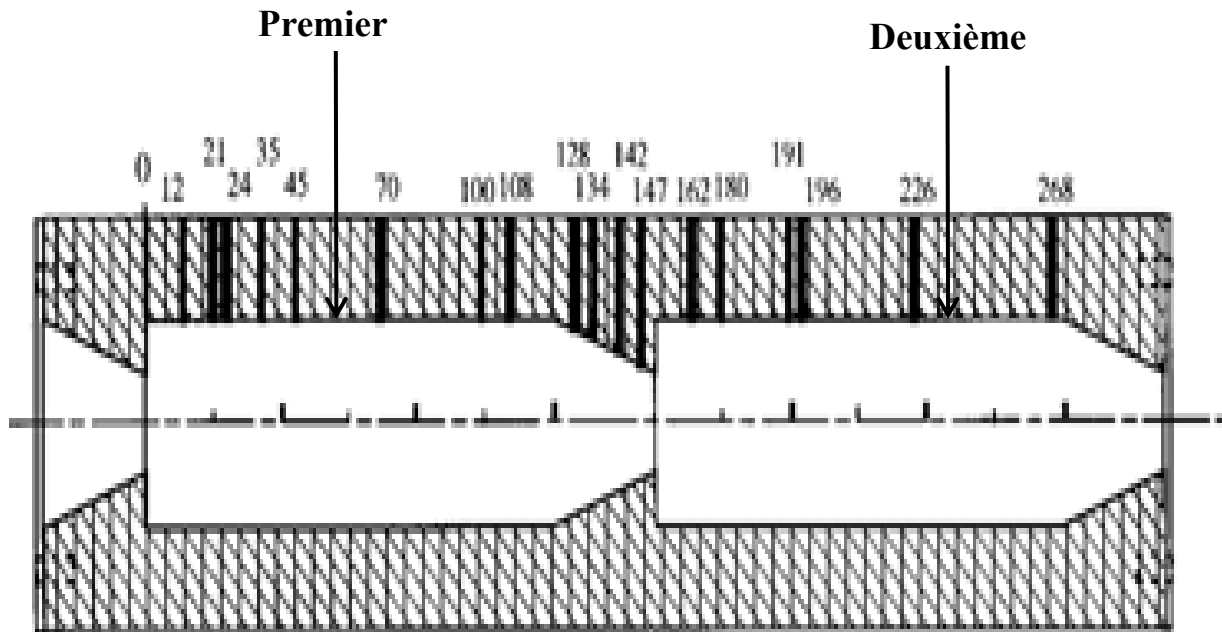


Figure 3 : La location et l'implantation des thermocouples dans l'élément (Cf. Fagla et al, 2013) [10]

2-2. Méthodes

2-2-1. Caractérisations rhéologiques

2-2-1-1. Cas de la solution monophasique-Etudes rhéologique et hydrodynamique

Les travaux sont effectués sur deux différentes concentrations monophasiques (Tylose à 0,4% et tylose à 0,75%). Les deux solutions ont été caractérisées rhéologiquement à l'aide d'un rhéomètre à contrainte imposée (CARRI-MED). (Cf. Fagla et al, 2013) [10]. Nos travaux récents ont montré que les sphères dures ont une influence sur le gradient longitudinal de pression en régime laminaire. Leur présence se traduit par une augmentation de la valeur du gradient de pression longitudinal ($\Delta P/L$) et la consistance des mélanges augmente linéairement en fonction de la fraction volumique en sphères dures. Selon Hoareau (1996) [5], la **Figure 4** montre la zone de recirculation qui est en phase de développement dans chaque module pour un nombre de Reynolds généralisé de Metzner et Reed $Reg=100$. Il est de **la Forme** :

$$Re_g = \rho \bar{U}^{2-n} \frac{D^n}{K} \quad (1)$$

avec \bar{U} : vitesse débitante et D : diamètre de la conduite.

A ce nombre de Reynolds généralisé Reg est associé le nombre de Prandtl qui prend **la Forme** suivante:

$$Pr' = Pr. \left(\frac{3n+1}{4n} \right)^n .8^{n-1} \quad (2)$$

Cette définition présente l'avantage d'éviter la détermination d'une viscosité pour le fluide, grandeur qui n'est pas une constante pour un fluide non newtonien.

Le nombre de Prandtl (Pr) est la caractéristique thermophysique qui compare les diffusivités de quantité de mouvement et de chaleur du fluide en écoulement. Pour un fluide non newtonien, il existe plusieurs définitions du nombre de Reynolds auxquelles on associe autant de définitions du nombre de Prandtl. Ces définitions ont été répertoriées par Cho et Hartnett (1985) [11]. L'équation de la chaleur (sous sa forme adimensionnelle) fait apparaître le nombre de Peclet sous la forme $Pe = Re.Pr$, avec le nombre de Prandtl sous **la Forme**:

$$Pr = C_p \left(\frac{\bar{U}}{D} \right)^{n-1} \frac{K}{\lambda} \quad (3)$$

Avec : C_p : chaleur spécifique à pression constante, \bar{U} : vitesse débitante (ou vitesse moyenne d'écoulement), D : diamètre de la veine d'étude, K : indice de consistance du fluide porteur, λ : conductibilité thermique du fluide, n : indice de structure.

A $Reg = 150$, la zone de recirculation est pleinement développée occupant la totalité de la géométrie. Pour $Reg \geq 150$, la longueur de la zone de recirculation est constante. Au-delà de $Reg = 550$ et jusqu'à $Reg = 900$, la zone de recirculation se rétracte très rapidement pour atteindre des longueurs différentes dans chaque module. C'est le passage du laminaire au turbulent. Pour déterminer K et n , on s'est servi de la relation de Rabinowitsch-Mooney appliquée au cas d'un fluide pseudoplastique de la forme:

$$\frac{8Q_v}{\pi D^3} = \frac{n}{3n+1} \left(\frac{\tau_p}{K} \right)^{\frac{1}{n}} \text{ avec } \tau_p = K \left(\frac{3n+1}{4n} \right) \left(\frac{8\bar{U}}{D} \right)^n \quad (4)$$

On détermine expérimentalement la contrainte pariétale par la **Relation**:

$$\tau_p = \frac{\Delta P D_H}{4 L} \quad (\text{Cf. Fagla et al., 2013}) [10] \quad (5)$$

2-2-2. Etudes thermiques, Mesures thermiques et Détermination du coefficient d'échange

En écoulement isotherme ou en présence de transfert thermique concernant des fluides non newtoniens circulant en conduite cylindrique, plusieurs grandeurs adimensionnelles sont fondamentales. Le nombre de Reynolds caractérise la dynamique de l'écoulement ou tout simplement le régime. Les thermocouples implantés à la paroi permettent une mesure locale du coefficient d'échange $h(z)$ par convection et ce coefficient est obtenu à partir d'un bilan thermique selon **la Relation**:

$$h(z) = \frac{\varphi_p}{T_p(z) - T_m(z)} \quad (6)$$

La détermination de $h(z)$ suppose la connaissance des champs dynamique et thermique et de la résolution des cinq équations (une équation de continuité, trois équations de mouvement et une équation de chaleur). Graetz (1883) [12] l'a résolue dans le cas newtonien en négligeant la dissipation visqueuse et la diffusion radiale en prenant pour hypothèse soit la température pariétale T_p constante soit la densité de flux de chaleur pariétale φ_p constante. **L'Equation** est de la forme:

$$\rho C_p u \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\lambda}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (7)$$

Pour un fluide newtonien en régime laminaire, le nombre de Nusselt (Nu) a pour **Expression** suivante:

$$Nu = \frac{hD}{\lambda} \quad (8)$$

Il caractérise la quantité de chaleur échangée entre la paroi et le fluide ; c'est le rapport de la quantité de chaleur échangée par convection à la quantité de chaleur échangée par conduction. Pour un régime établi, l'équation de la chaleur précédente donne un nombre de Nusselt asymptotique $Nu_{\infty} = 3,66$ à $T_p = \text{constante}$ et $Nu_{\infty} = 4,36$ à $\varphi_p = \text{constante}$. Pour un fluide non newtonien en régime laminaire établi, la plupart des auteurs proposent une solution du type Graetz dans laquelle le caractère non newtonien est pris en compte dans le profil des vitesses. Pour un fluide pseudoplastique, Lyche et Bird (1956) [13] proposent $Nu_{\infty} = 3,949$ avec $n = 1/2$ ou encore $Nu_{\infty} = 4,175$ avec $n = 1/3$ à $T_p = \text{constante}$ et

$$Nu_{\infty} = \frac{8(5n + 1)(3n + 1)}{31n} \quad (9)$$

à φ_p constante. Plus tard Bird et al. (1977) [14] ont proposé l'expression suivante :

$$Nu_{\infty} = \frac{8(5n + 1)(3n + 1)}{31n^2 + 12n + 1} \text{ à } \varphi_p \text{ constante.} \quad (10)$$

Pour $n = 1$ (cas newtonien), on retrouve la valeur donnée par Graetz.

2-2-2-1. Cas de l'écoulement monophasique

Le nombre de Nusselt local $Nu(z)$ est aussi donné par l'expression suivante:

$$Nu(z) = \varphi_p D_2 / [(T_p(z) - T_m(z))\lambda] \quad (11)$$

Elle est obtenue de l'expression du bilan thermique en négligeant les pertes vers l'extérieur et les pertes par conduction axiale dans le cuivre

$$T_m(z) = T_c + (\pi D_2 \cdot \varphi_p / (\dot{M} C_p)) z \quad (12)$$

En régime thermique établi, **l'expression** du nombre de Nusselt asymptotique est donnée par :

$$Nu_{\infty} = 8(5n + 1)(3n + 1) / 31n \quad (13)$$

Pour notre fluide, cette valeur est égale à 5.58 (avec $n = 0.83$).

2-2-2-2. Transfert de chaleur dans des écoulements de fluides newtoniens et non newtoniens en élargissement brusque (ou géométrie horizontale variable)

Les premières études faites sur les élargissements brusques (Cf. **Figure 4**) ont concerné plus particulièrement les écoulements sur une marche bidimensionnelle descendante. De nombreuses recherches ont mis en évidence les différentes régions caractérisant l'écoulement en aval d'une telle géométrie (Dumaine, 1979) [15]:

- Zone 1 : le point de décollement se situe à l'angle de la marche. Une couche de cisaillement y prend naissance ;
- Zone 2 : tourbillon tridimensionnel développé dans l'angle de la marche ; son axe est perpendiculaire à la direction de l'écoulement libre. Sa taille est approximativement celle de la marche ;
- Zone 3 : recirculation développée; elle est formée d'un tourbillon bidimensionnel. Sa taille dépend du nombre de Reynolds, du régime d'écoulement et de la loi de comportement du fluide ;
- Zone 4 : zone de recollement de la couche limite ; le point de recollement d'abscisse Z_R n'est pas fixe. En effet, les études montrent une fluctuation du signal de vitesse autour de zéro à l'abscisse Z_R . L'intensité de cette fluctuation dépend du nombre de Reynolds: on parle de point de recollement moyen ;
- Zone 5 : couche limite ou zone fortement cisailée ; Elle départage l'écoulement libre de la recirculation. Cette couche cisailée est non stationnaire et tridimensionnelle;
- Zone 6 : écoulement libre ou à cœur ; sa direction est celle de l'écoulement aval. Ses caractéristiques sont celles d'un écoulement direct classique.

Les différentes études concernant les écoulements d'une marche ou d'un élargissement brusque ont montré que la taille de la zone de recirculation dépend des caractéristiques géométriques (H/D_1), du nombre de Reynolds et des caractéristiques rhéologiques du fluide (Ponthieux, 1991) [16].

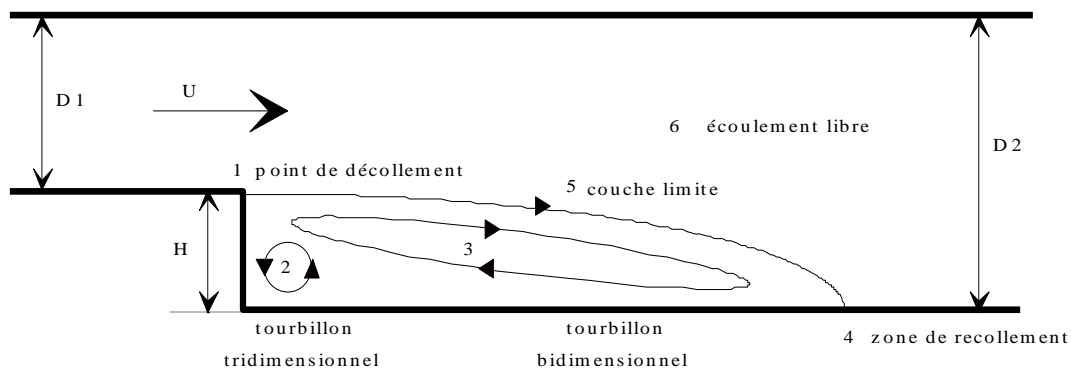


Figure 4 : Ecoulement turbulent d'eau en aval d'une marche descendante (Cf. Fagla et al., 2013) [10]

En régime laminaire le transfert de chaleur s'effectue dans une conduite complexe suivant les différentes zones. La plupart des études thermiques concernant les écoulements avec couche limite dynamique naissante ont été réalisées dans le cas de la marche descendante. En régime laminaire, Aung (1972) [17] s'est placé dans le cas d'une marche de faible hauteur à température de paroi constante correspondant pratiquement à un écoulement libre. Le nombre de Nusselt atteint une valeur faible au point de décollement puis croît de façon linéaire jusqu'à un maximum se situant légèrement au-delà de la zone de recollement qui correspond à la couche limite thermique.

En aval du point de recollement, le nombre de Nusselt tend vers la valeur obtenue pour un écoulement libre. Dans la zone du transfert de chaleur maximal, le nombre de Nusselt est supérieur de 50 à 60% par rapport à l'écoulement sur la plaque plane. Ces résultats ont été confirmés numériquement. De même, Oosthuizen et Paul (1989) [18] ont étudié numériquement le transfert de chaleur dans le cas de parois chauffées partiellement ou complètement. Ils concluent que le nombre de Stanton moyen, dans la zone de recirculation, augmente avec la hauteur de marche. Vradis et Van Nostrand (1992) [19] ont calculé le nombre de Nusselt en aval d'une marche descendante en tenant compte de la thermodépendance de l'eau ($Re \leq 400$). La longueur de la zone de recirculation augmente sous l'effet de la diminution de la viscosité. Le rapport de viscosité minimale et maximale (μ_{max}/μ_{min}) est donc un paramètre déterminant de l'écoulement: plus ce rapport est élevé, plus la longueur de recirculation est importante à même nombre de Reynolds. Dans le cas de la marche chauffée, les **Figures 5 et 6** montrent l'évolution du nombre de Nusselt le long des deux géométries : marche descendante et plaque plane (paroi horizontale supérieure). Le transfert de chaleur maximal et minimal se situe dans le voisinage immédiat du point de recollement. Un accroissement du nombre de Nusselt est visible dans le cas de la marche.

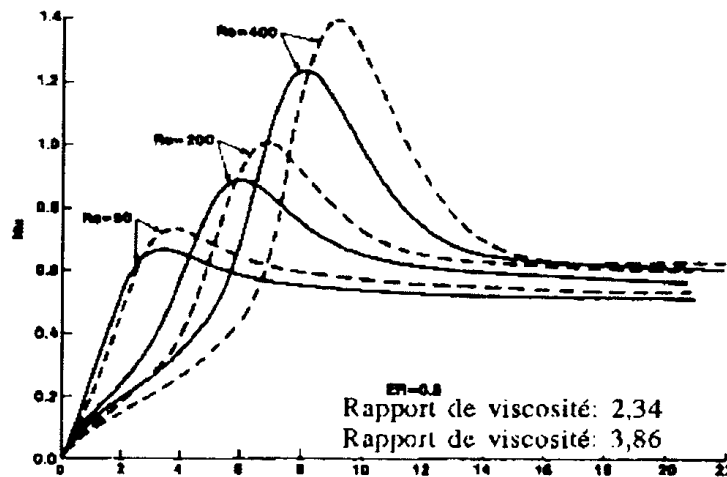


Figure 5 : Evolution du nombre de Nusselt le long d'une géométrie où la marche est descendante

En régime turbulent le transfert de chaleur se fait dans la marche au niveau de la recirculation. En effet la longueur de recirculation moyenne est constante ($Z_R/H = 8 \pm 2$) pour un régime turbulent. Z_R est l'abscisse du point de recollement. De même les auteurs Aung et Goldstein (1972) [17] montrent un accroissement de transfert de chaleur de 20 à 100% par rapport à un écoulement libre. Le point de recollement étant à une abscisse fixe, le nombre de Nusselt maximal est à une abscisse fixe quel que soit le nombre de Reynolds.

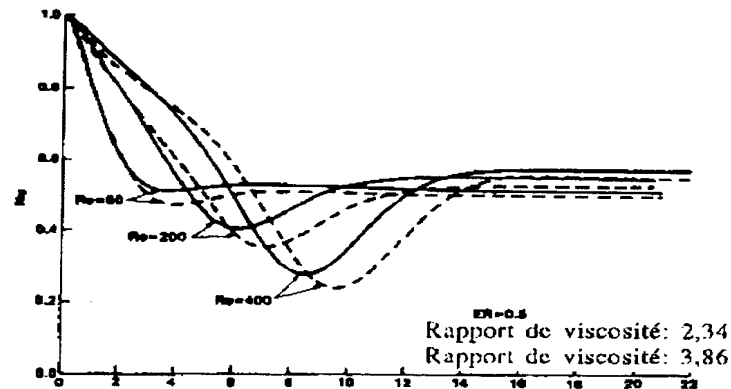


Figure 6 : l'évolution du nombre de Nusselt le long d'une géométrie où la marche descendante est une plaque plane (paroi horizontale supérieure)

D'autres tels que Vogel et Eaton (1985) [20] ont travaillé avec de l'air chauffé le long d'une marche descendante. La plage du nombre de Reynolds étudiée s'étend de 13000 à 42000. Filetti et Kays (1967) [21] ont étudié le transfert de chaleur dans un élargissement brusque pour des nombres de Reynolds variant de 70000 à 205000. Dans ces deux cas l'écoulement est incompressible. Comme dans le cas laminaire, il est possible de corrélé le nombre de Nusselt maximal en fonction du nombre de Reynolds. Filetti et Kays (1967) [21] proposent pour un écoulement turbulent, en aval, une marche double:

$$Nu_{max} = \left[0,438 + 0,0695 \left(\frac{2H}{D_1} \right) \right] Re_{am}^{0,593} \quad (14)$$

Où H : hauteur de la marche et D_1 : hauteur du canal rectangulaire avant l'élargissement.

Vogel et Eaton (1985) [20] ont cherché à connaître l'incidence, avant une marche descendante, de la perturbation de la couche limite dynamique sur le transfert de chaleur. Dans les premiers millimètres en aval de l'élargissement, les mouvements de fluide sont faibles donc la couche limite dynamique est épaisse ce qui se traduit par un effondrement du nombre de Nusselt. D'autre part, il apparaît que, dans la zone où la couche limite dynamique est fine, le transfert de chaleur est maximal. Le meilleur exemple est le point de recollement. Cette explication des phénomènes de transfert est confirmée par l'étude des fluctuations de vitesse qui sont maximales juste en aval du point de recollement.

2-2-2-3. Cas de l'élargissement brusque

Zemanick et Dougall (1970) [22] ont étudié un écoulement d'air dans un élargissement brusque. Ils se sont appuyés sur des résultats obtenus à partir des écoulements d'air et d'eau ($5300 < Re < 205000$). Dans ces deux études, le rapport entre les diamètres amont et aval à l'élargissement brusque varie ($0,267 < D_1/D_2 < 0,82$). De plus, leur recherche s'est orientée vers une relation liant le nombre de Nusselt maximal au nombre de Reynolds:

$$Nu_{max} = 0,20 Re_{am}^{2/3} \quad (15)$$

Cette relation est indépendante du rapport D_1/D_2 . Le fait d'avoir une diminution du nombre de Nusselt avec un minimum à l'abscisse $Z/H = 1$ est expliqué par la présence du tourbillon tridimensionnel. La distance donnée par Zemanick et Dougal (1970) [22] entre l'élargissement brusque et la position du nombre de Nusselt maximal varie de $Z/H = 6$ à 12. Nous notons que les travaux de Krall et Sparrow (1966) [23] sont

obtenus avec de l'eau. Leur valeur est de $6 < \left(\frac{Z}{H}\right)_{Nu_{max}} < 7$

Un fait important sur la dynamique de l'écoulement est donné par Zemanick et Dougal (1970) [22]. A grande vitesse, l'écoulement est susceptible de devenir asymétrique. Cette caractéristique s'amplifie avec l'augmentation du rapport D_1/D_2 .

2-2-2-4. Cas newtonien

Dans un premier temps, Lévêque (1928) [24] ainsi que Bird et al. (1977) [14] ont fait l'hypothèse d'une évolution linéaire de la vitesse $\left(U = \frac{8\bar{U}}{D}(R - r)\right)$ dans la zone de transfert (proche de la paroi). Lévêque (1928) [24] obtient l'expression du nombre de Nusselt moyen:

$$Nu_m = 1,75 \cdot Gz^{1/3} \tag{16}$$

où Gz est le nombre Graetz défini par sa valeur moyenne.

$$G_z = \frac{Q_m C_p}{\lambda L} = \frac{\pi \text{Re Pr}}{4 L / D} \tag{17}$$

Sellars et al. (1956) [25] puis Siegel et al. (1958) [26] ont résolu le problème dans les deux cas (température de paroi constante et flux de chaleur pariétal constant) en tenant compte du caractère parabolique du profil des vitesses. A température de paroi constante et par le calcul, Sellars et al (1956) [29] proposent:

$$Nu(z) = 1,357 \left(\frac{z}{R \cdot \text{Re Pr}}\right)^{-\frac{1}{3}} - 1,7 = 1,357 (X^+)^{-\frac{1}{3}} - 1,7 \tag{18}$$

Cette équation est résolue en supposant que la température du mélange est proche de celle du noyau pour les petites valeurs du nombre de Cameron ($X^+ < 4 \cdot 10^{-3}$). D'autres valeurs locales du nombre de Nusselt ont été calculées à l'aide de méthodes asymptotiques par Kays (1955) [27], Sellars et al (1956) [25] et Eckert et Drake (1972) [28]. Pour la densité de flux pariétale (φ_p) constante et avec $Gz > 25\pi$,

$$Nu(z) = 1,41 Gz^{1/3} \tag{19}$$

Pour la température pariétale (T_p) constante et avec $Gz > 33$

$$Nu(z) = 1,16 Gz^{1/3} \tag{20}$$

2-2-2-5. Cas non newtonien

Nous retrouvons les mêmes expressions que pour le cas newtonien multiplié par le terme $(3n+1)/4n$, du rapport des gradients pariétaux de vitesse newtonien et non newtonien. Pigford (1955) [29] trouve une expression du nombre de Nusselt moyen basé sur la solution de Lévêque (1928) [24]:

$$Nu_m = 1,75 \left(\frac{3n+1}{4n} \right)^{\frac{1}{3}} Gz^{\frac{1}{3}} \quad (21)$$

Bird et al (1977) [14] ont appliqué la méthode de Lévêque (1928) [24] aux fluides pseudoplastiques dans les deux cas ($T_p = \text{constante}$ et $\square_p = \text{constante}$)- $T_p = \text{constante}$;

$$Nu(z) = 1,41 \left(\frac{3n+1}{4n} \right)^{\frac{1}{3}} Gz^{\frac{1}{3}} \quad (22)$$

Avec $Gz > 33$ $p = \text{constante}$;

$$Nu(z) = 1,16 \left(\frac{3n+1}{4n} \right)^{\frac{1}{3}} Gz^{\frac{1}{3}} \quad (23)$$

Avec : $Gz > 25$

Selon Hoareau (1996) [5], la **Figure 7** montre la zone de recirculation en phase de développement dans chaque module pour un nombre de Reynolds généralisé égal à 100. A partir de $Reg = 150$, la zone de recirculation est pleinement développée occupant la totalité de la géométrie. Pour $Reg \geq 150$, longueur de la zone de recirculation est constante.

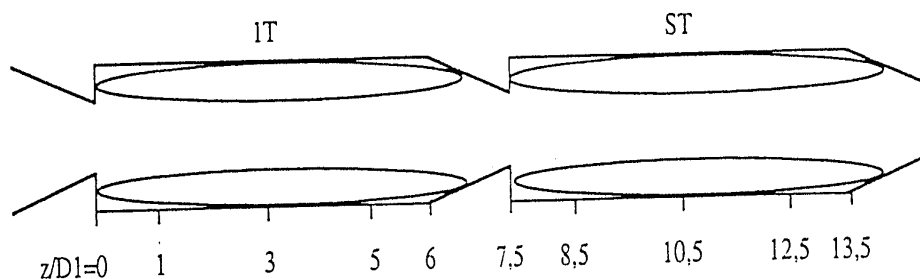


Figure 7: Zone de recirculation pour $Reg \geq 150$ dans la géométrie variable de la veine d'essais

Au-delà de $Reg = 550$ et jusqu'à $Reg = 900$, la zone de recirculation se rétracte très rapidement pour atteindre des longueurs différentes dans chaque module: c'est le passage du régime laminaire au régime turbulent (Cf. **Figure 8**).

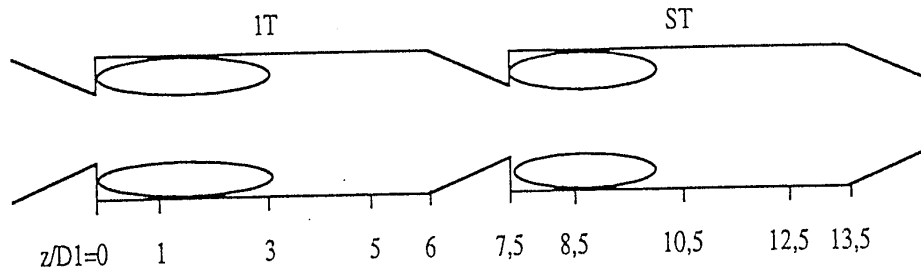


Figure 8: Zone de recirculation pour $550 \leq Reg \leq 900$ dans la géométrie complexe de la veine d'essais

3. Résultats et discussion

3-1 Résultats expérimentaux

La **Figure 9** présente l'évolution du nombre de Nusselt pour une densité de flux donnée à différents nombres de Reynolds. Elle montre une dépendance significative du transfert lié à la dynamique particulière de l'écoulement dans cette géométrie.

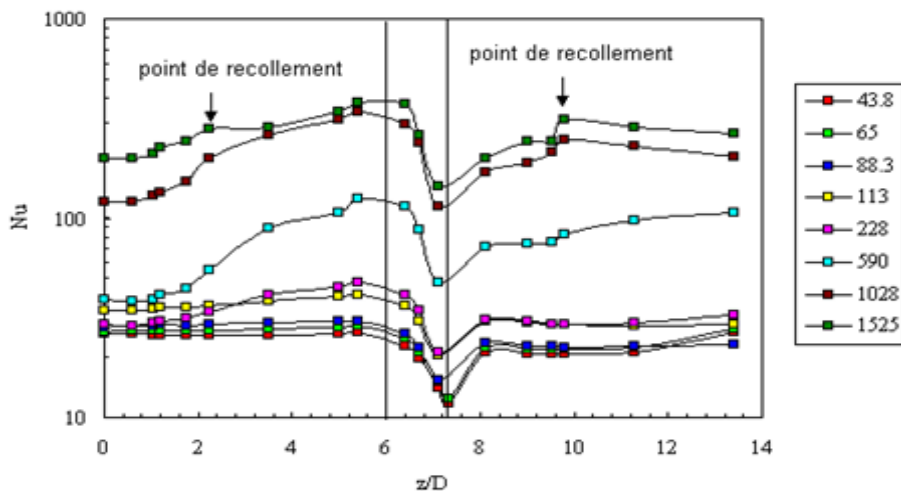


Figure 9 : Evolution du nombre de Nusselt à densité de flux constante soit 5024 W/m^2 pour différentes valeurs du nombre de Reynolds généralisé Reg

Sur la **Figure 9**, nous constatons que toutes les courbes ont chuté à l'abscisse $z/D = 7,5$ à la sortie du convergent et sont remontées à l'abscisse $z/D = 8,5$. Pour un nombre de Reynolds généralisé (Reg) compris entre 43,8 et 228, le nombre de Nusselt évolue très peu. Mais à $Reg = 590$, le nombre de Nusselt est presque constant jusqu'à $z/D = 1,5$ et à partir de $z/D = 2$, il y a une augmentation qui atteint un maximum à 5,5 (lieu correspondant à l'entrée du convergent dans le premier module : zone de recollement qui est le siège du meilleur échange thermique, d'où le nombre de Nusselt le plus élevé). Il chute dans le convergent pour atteindre un minimum à l'abscisse du maximum de la vitesse (sortie du convergent). A $Reg = 1028$, le nombre de Nusselt est beaucoup plus élevé.

Il atteint son maximum et son minimum aux mêmes abscisses que la précédente courbe. A $Reg = 1525$, le nombre de Nusselt est encore beaucoup plus élevé. Nous observons aussi un léger pic à abscisse $z/D = 2,45$. Cette légère remontée suivie d'une petite chute nous enseigne sur le point de recollement du premier module. Une situation de même nature est observée à l'abscisse $z/D = 9,8$ soit le lieu de recollement du second module. Le léger pic dû au recollement est aussi constaté sur la courbe associée au $Reg = 1028$. Par ailleurs les courbes associées respectivement à $Reg = 43,8$; $Reg = 65$; $Reg = 88,3$ et $Reg = 228$ sont autosimilaires et nous laissent penser à un régime laminaire. Les courbes associées respectivement à $Reg = 590$, $Reg = 1028$ et $Reg = 1525$, de par leur écartement les unes par rapport aux autres, nous conduisent à conclure que nous sommes dans les cas des écoulements transitoire et turbulent. Le petit écart qu'il y a entre la courbe de $Reg = 590$ et les courbes qui la précèdent nous permet d'affirmer que nous avons un régime transitoire. Ces résultats sont corroborés par ceux obtenus par Hoareau (1996).

3-1-1. Influence de la densité de flux

Pour des nombres de Reynolds généralisés égaux respectivement à 43,8; 65 et 88,3; la valeur du nombre de Nusselt est faible. Ceci s'explique par le fait qu'il y a une recirculation développée, zone où le dégagement de chaleur est minimal en écoulement laminaire. Ainsi pour un nombre de Reynolds généralisé égal à 43,8 l'évolution du nombre de Nusselt a la même allure pour les différents flux de chaleur (Cf. Figure 10).

A l'abscisse $Z/D_1 = 5,5$ toutes les courbes ont amorcé une chute. Elles atteignent leurs minima dans le convergent de manière uniforme et identique. Ceci nous permet de dire qu'en régime laminaire, le maximum du nombre de Nusselt est atteint à l'entrée du convergent aussi bien pour le premier que pour le second module. Nous constatons aussi que l'évolution du nombre de Nusselt est proportionnelle à la densité de flux. Le nombre de Nusselt (Nu) est maximal à l'entrée du convergent et chute fortement à l'intérieur du convergent aussi bien dans le premier module que dans le second.

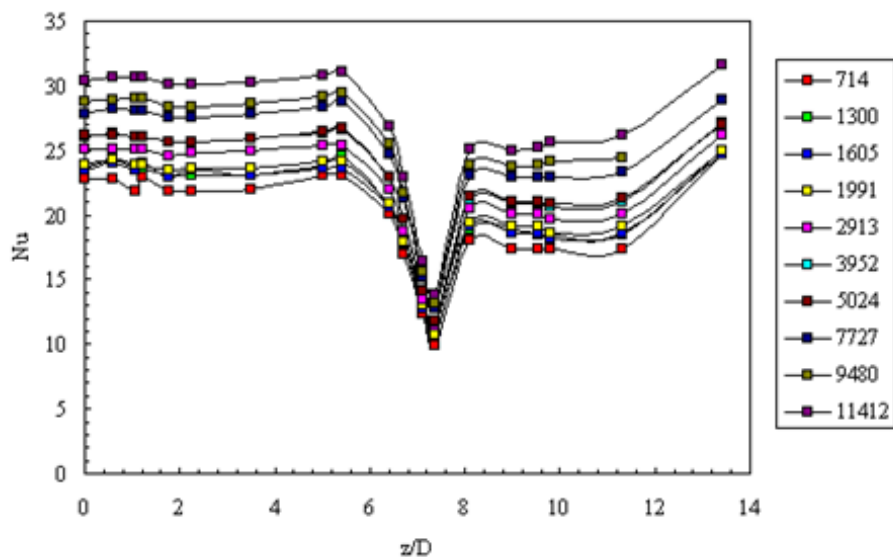


Figure 10: Evolution du nombre de Nusselt pour différents flux, pour un nombre de Reynolds généralisé (Reg) constant égal à 43,8.

Pour un nombre de Reynolds généralisé $Reg = 228$ (régime laminaire), la figure 11 nous permet d'apprécier l'évolution de nombre de Nusselt. Il y a une amélioration du transfert de chaleur. La présence d'une zone de recirculation quasi développée se traduit par une augmentation progressive du transfert de chaleur. Il atteint son maximum à l'abscisse (z/D) comprise entre 5 et 6,5 soit à l'entrée du premier convergent. Dans le convergent toutes les courbes ont chuté de manière identique pour atteindre un minimum à l'abscisse du maximum de vitesse. Les effets de la thermo-dépendance s'accompagnent d'une fluidification du fluide dans la zone proche de la paroi et une augmentation de la variation de la vitesse. *Le transfert de chaleur est donc amélioré.* Dans le premier module, de la **Figure 12** (avec $Reg = 1525$), l'effet de la zone de recirculation se traduit par une augmentation progressive du nombre de Nusselt. Dans le second module, l'effet de la zone de recirculation n'est pas sensible : le nombre de Nusselt n'évolue plus. L'enchevêtrement des courbes s'explique par le régime turbulent de l'écoulement. En effet, à partir de $Reg = 900$, la zone de recirculation est rétractée ; ce sont les effets de la zone de recirculation turbulente.

La faible évolution du nombre de Nusselt pour un nombre de Reynolds généralisé inférieur ou égal à 113, quand le nombre adimensionnel (z/D) est compris entre 0 et 3, (*Cf. Figures 10, 11, 12*) se traduit par la présence de la zone de recirculation non encore complètement développée. Pour $Reg \geq 590$, nous observons les effets de la zone de recirculation turbulente. En observant de plus près les courbes pour $Reg = 1028$ et $Reg = 1525$, nous remarquons que le point de recollement se trouve à l'abscisse $z/D = 5,5$ pour le premier module et $z/D = 9,80$ pour le second. Dans le convergent en aval du point de recollement, la valeur du nombre de Nusselt décroît jusqu'à un minimum situé au niveau de l'élargissement brusque. Pour ces valeurs de Reynolds, les courbes évoluent de manière identique. Suite à ces observations, nous pouvons affirmer que le point de recollement se situe à l'abscisse $z/D = 3,5$ pour le premier module et $z/D \approx 10$ pour le second. En conclusion partielle, nous dirons que l'évolution du nombre de Nusselt est en adéquation avec l'analyse de la dynamique de l'écoulement.

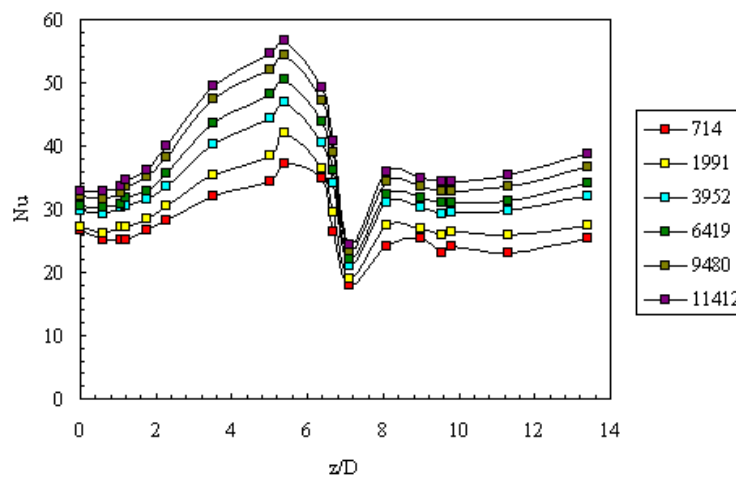


Figure 11: Evolution du nombre de Nusselt pour différents flux, pour un nombre de Reynolds généralisé (Reg) constant égal à 228

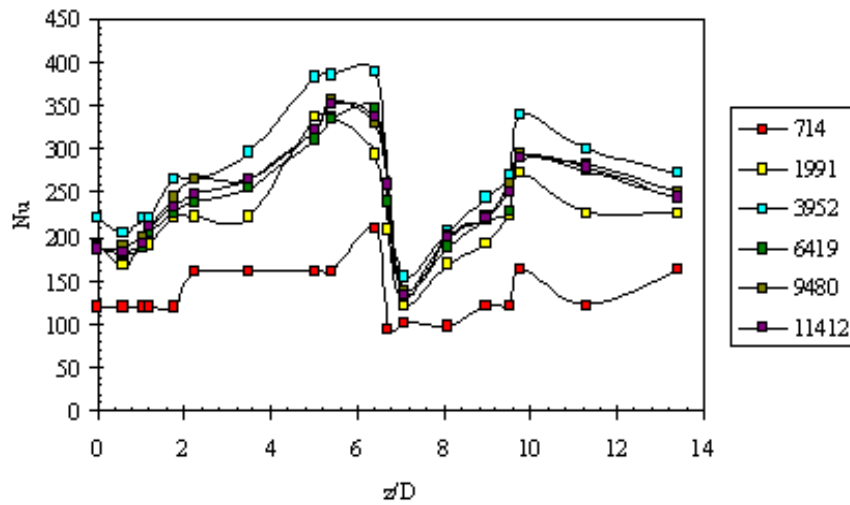


Figure 12: Evolution du nombre de Nusselt pour différents flux, pour un nombre de Reynolds généralisé (Reg) constant égal à 1525

3-1-2. Cas de l'écoulement diphasique

3-1-2-1. Influence du nombre de Reynolds généralisé sur le chauffage à densité de flux constant et à concentrations en billes constantes

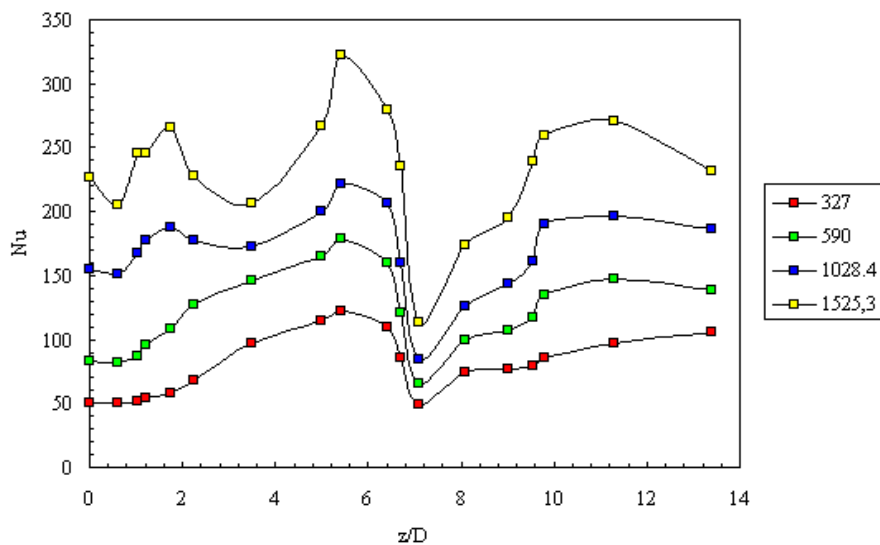


Figure 13 : Evolution du nombre de Nusselt en fonction de nombres de Reynolds à flux constant égal à 9480W/m^2 à concentration massique constante égal à $C_b = 10\%$

La **Figure 13** montre l'évolution du nombre de Nusselt à la densité constante et à la concentration massique constante en billes (C_b). Sur cette **Figure 13** on constate l'évolution du nombre de Nusselt à la densité constante et à la concentration massique constante en billes.

Plusieurs phénomènes sont observés:

- -Premièrement, le nombre de Nusselt croît avec le nombre de Reynolds généralisé.
- -Deuxièmement, les courbes dont les nombres de Reynolds sont respectivement égaux à 590 ; 1028,4 et 1525,3 ont chuté à l'abscisse $z/D = 0,90$ avant de remonter. Ces diverses chutes s'expliquent éventuellement par un encrassement en billes, juste au niveau de la marche descendante. Le tourbillon principal devient le siège de rétention des billes qui s'agglutinent. Il se crée une augmentation de la température de la paroi, conséquence d'une chute du nombre de Nusselt.
- -Troisièmement, à l'abscisse $z/D = 1,8$; il y a l'apparition des petites élévations pour les courbes ($Reg = 1028,4$) et ($Reg = 1525,3$). Ce sont les impacts liés soit à un point d'arrêt, soit aux chocs des billes.

3-1-2-2. Influence de la concentration en billes sur le chauffage à densité de flux constante

L'influence de la concentration en billes d'alginate sur le chauffage entre la paroi et le mélange dans la géométrie complexe est représentée sur les figures 14; 15 et 16. A $Reg = 590$, on remarque une nette augmentation du nombre de Nusselt en écoulement diphasique par rapport au cas monophasique. Dans la partie située en aval du premier élargissement brusque ($0 < z/D < 3$), on note une amélioration du transfert de chaleur qui est certainement due à des interactions particules-paroi. Plus la concentration est élevée, meilleur est le transfert. Dans la deuxième partie du premier module ($3 < z/D < 6$), nous assistons à un resserrement du comportement en écoulement diphasique. Cette dernière remarque est aussi valable dans le second module où, cependant pour une concentration en billes $C_b = 2,5$; un point singulier apparaît à $z/D = 11$. Ceci s'explique par le fait qu'il y a interactions billes-paroi plus importante (*Cf. Figure 14*). A $Reg = 1028$, (*Figure 15*), nous constatons que dès l'origine $z/D = 0$, le transfert de chaleur est plus fort à 5% en billes qu'à 10%. Cette chute de Nusselt à 10% en billes s'est accentuée à $z/D = 5,5$ pour devenir plus basse que celle du monophasique. Cette tendance est maintenue pour le reste de la géométrie. La concentration en billes influe moins sur le transfert de la chaleur à partir d'un certain seuil. Ceci est certainement lié à la valeur trop importante de notre indice de structure (proche de 0,9). A $Reg = 1525$, (*Figure 16*) le nombre de Nusselt est très élevé pour les concentrations en billes de 2,5% et de 5% et ce de manière identique. Par contre, le nombre de Nusselt à 10% de concentration en billes d'alginate a maintenu la tendance précédemment décrite. Il est devenu plus faible que celui de la monophasique à $z/D = 7,5$; c'est-à-dire au point de la marche descendante; ce qui nous laisse penser que la saturation augmente avec l'augmentation du nombre de Reynolds généralisé.

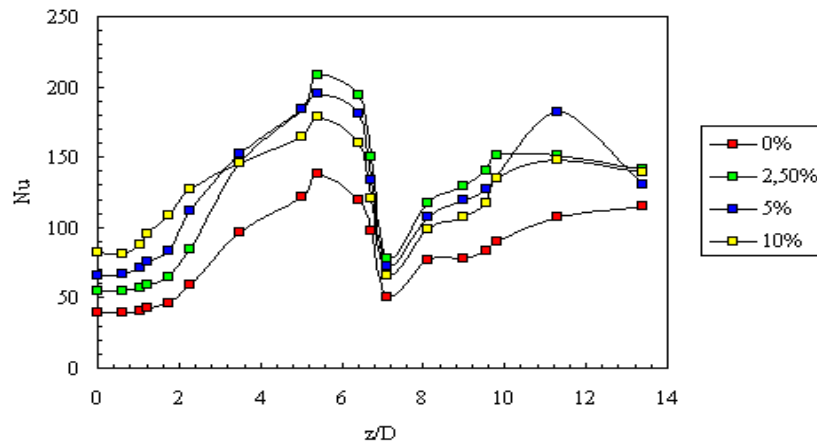


Figure 14 : L'évolution du nombre de Nusselt en fonction de l'abscisse Z/D à densité de flux de chaleur (9480 W/m^2) et à nombre de Reynolds généralisé ($R_g = 590$) constants

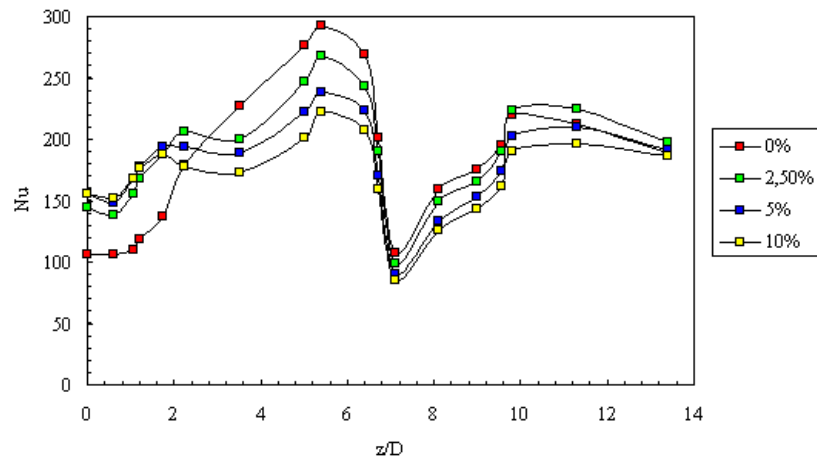


Figure 15 : L'évolution du nombre de Nusselt en fonction de l'abscisse Z/D à densité de flux de chaleur (9480 W/m^2) et à nombre de Reynolds généralisé ($R_g = 1028$) constants

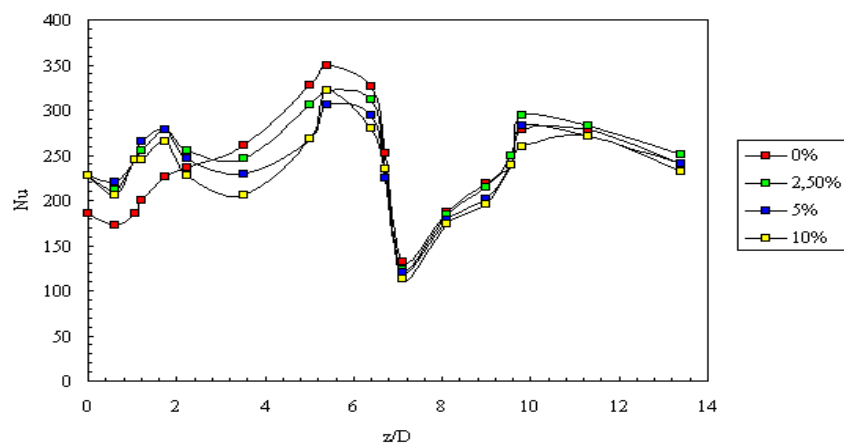


Figure 16 : L'évolution du nombre de Nusselt en fonction de l'abscisse Z/D à densité de flux de chaleur (9480 W/m^2) et à nombre de Reynolds généralisé ($R_g = 1525$) constants

En remarque générale, dans tous les cas, en écoulement diphasique, on constate une amélioration du transfert de chaleur. Ceci s'explique par des interactions particules-paroi. Les particules viennent interagir avec la paroi et perturbent la couche limite thermique. Ceci est vérifié expérimentalement dans tous les cas de figures. En outre, Hoareau (1996) [5] par des mesures polarographiques a nettement mis en évidence l'influence des particules sur l'écoulement en paroi (gradient pariétal de vitesse).

4. Conclusion

Au cours de nos travaux, nous avons fait l'étude de l'échange thermique de l'écoulement de fluides non newtoniens et de mélanges diphasiques dans une conduite géométrie variable. Les résultats obtenus concernant les écoulements des suspensions solide-liquide en géométrie complexe pour des billes dont le rapport d'aspect ($d/D > 0,13$). Ceci nous a permis de comprendre les mécanismes de chauffage du mélange en écoulement dans une conduite complexe à partir de la paroi. Nous avons observé l'influence des billes sur le gradient de pression longitudinal et celle de la concentration des billes sur la qualité du transfert de chaleur avec ses limites. Nous avons mis en évidence l'amélioration du chauffage par l'utilisation d'une géométrie variable. Elle augmente la qualité du transfert thermique entre le mélange et la paroi en favorisant la naissance d'une zone de recirculation qui améliore l'homogénéisation des suspensions et les chocs entre les billes. L'étude conduite nous a aussi révélé que l'ajout des billes de diamètre important par rapport au diamètre de la conduite (le rapport d'aspect est de $d/D > 0,13$) a un effet sur le gradient pariétal de vitesse. L'influence positive des sphères sur le transfert thermique dans une telle géométrie est démontrée par des mesures thermiques et des mesures de gradient pariétal de vitesse. La variation de la consistance du fluide porteur (thermo-dépendance) et l'influence propre de la phase solide (interactions particules-paroi, particules-fluide et particules-particules) sur le transfert de chaleur des phénomènes que nous avons mis en évidence. Une étude dans un tube droit en utilisant dans un premier temps un fluide non-thermo-dépendant permettra de confirmer cette influence de la phase solide sur le transfert de chaleur avec ses limites.

Références

- [1] - R. P. CHHABRA, "Motion of spheres in power law (viscoelastic) fluids at intermediate Reynolds numbers: an unified approach", *Chem. Eng. Process*, 28 (1990)89-94.
- [2] - D.C.-H. CHENG, "A design procedure for pipeline flow of Non-Newtonian dispersed systems". *Fluid Mech.* 43 (1970) 381-384.
- [3] - Z. KEMBLOWSKI, J. KOLODZIEJSKI, "Flow resistance of Non-Newtonian fluids in transitional and turbulent flow", *Int. Chem. Eng.* 13 (1973) 265-279.
- [4] - T. TAKAHASHI, "Pressure drop of suspensions in heterogeneous flow", *Hydrotransport V*, 8-11 May, paper C5.7 (1978) 35-48.
- [5] - F. HOAREAU, "Etude dynamique et thermique de suspensions solides-liquides non-newtoniennes en conduite", Thèse Université de Nancy I France; 1996.
- [6] - T. EL RHAFIKI, E.SCHALL Y. MIMET, ZERAOULI "Modélisation et étude numérique d'un écoulement diphasique solide-liquide subissant un changement de phase dans un échangeur de chaleur", Thèse de doctorat, Université de Pau et des Pays de l'Adour et Université Abdel Malek Essaidi, Tetouan, Maroc, 1 (2009) 188.
- [7] - L. PAN AND P. PADOAN, "Relative velocity of inertial particles in turbulent flows" *J. FluideMech* , 661 (2010) 73-107.

- [8] - V. M. ALIPCHENKOV, L. I. ZAICHIK "Nonlinear algebraic model of the Reynolds stresses for a disperse turbulent flow with low-inertia particles", *Fluid Dyn*, 45, 6, (2010) 909-923.
- [9] - L. I. ZAICHIK, M. VLADIMUR, A. ALIPCHENKOV, R. AVETISSIAN, "A Statistical Model for Predicting the Heat Transfer of Solid Particles in Turbulent Flows ", *FLOW TURBUL COMBUST* , 86, 3, (2011) 497-518.
- [10] - F.Z.B. FAGLA, M. GRADECK, AND M. LÉBOUCHÉ, "Experiments on Rheology of Non-Newtonian Flow of Tylose-alginate Suspension Through a Horizontal Complex Conduit", *JAST*, 18,1 (2013) 1-7.
- [11] - Y. I. CHO AND J.P. HARTNETT, "Non newtonian fluids", hand book of heat transfer applications, Ed. W. Rohsenow, J.P. Hartnett and E.N. Ganic, 2nd Ed. Chap 2,(1985).1-50.
- [12] - L. GRAETZ, "Über die Wärmeleitfähigkeit von Flüssigkeiten", *Annalen der Physik und Chemie*, part 1, 18 (1883) 79-94.
- [13] - B.C. LYCHE, R. B. BIRD, "The Graetz Nusselt problem for a power law Non-Newtonian fluid, *Chem. Eng. Sci.*, 6 (1956) 35-39.
- [14] - R. P. BIRD, R. C. ARMSTRONG AND O., HASSANGER, "Dynamics of polymeric liquids", Vol. I Wiley, New York. (1977).
- [15] - J. Y. DUMAINE, "Approche expérimentale des zones de recirculation et de recollement en aval d'une marche bidimensionnelle en écoulement permanent et pulsé", Thèse de doctorat ingénieur, Nancy. (1979).
- [16] - G. PONTHEUX, "Ecoulement de fluides pseudoplastiques à travers des élargissements brusques et des divergents. Modélisation des pertes d'énergie", Thèse de doctorat, Nancy (1991).
- [17] - W. AUNG AND R. J. GOLDSTEIN, "Heat transfer in turbulent separated flow downstream a reward facing step", *israel j.oftech.*, 10 (1972) 35-41.
- [18] - P. H. OOTHUIZEN AND J. T. PAUL, "Laminar forced convective heat transfer from a heated wall section downstream of a reward facing step", *Collected papers in heat transfer*", HTD-Vol.123, American Society of Mechanical Engineers. (1989.)
- [19] - G. C. VRADIS AND L. VAN NOSTRAND, "Laminar coupled flow downstream of an asymmetric sudden expansion", *J. Thermophysics Heat Trans.*, 6 (1992) 288-295.
- [20] - J. C. VOGEL AND J. K. EATON, "Combined heat transfer and fluid dynamic measurements downstream of a backward facing step", *Trans. of the A.S.M.E.*, 107, (1985) 922.
- [21] - E. G. FILETTI AND W. M. KAYS, "Heat transfer in separated, reattached and redevelop-ped regions behind a double step at entrance to flat duct. *Journal of Heat transfer*", 89, (1967). 163-168.
- [22] - P. P. ZEMANICK AND R. S. DOUGALL, "Local heat transfer downstream abrupt circular channel expansion", *A.S.M.E. J. of Heat Transfer*, 92, (1970) 53-61.
- [23] - K. M. KRALL AND E. M. SPARROW, "Turbulent heat transfer in the separated, reattachment, and redevelopment regions of a circular tube". *J Heat Transfer*, 88, (1966), 131-136.
- [24] - M. A. LEVEQUE, "Les lois de la transmission de la chaleur par convection", *Ann. Mines* 13, (1928), 201.
- [25] - J. R. SELLARS, M. TRIBUS AND J. S. KLEIN, "Heat transfer to laminar flow in a round tube or flat conduit. The Graetz problem extended", *Trans. A. S. M. E.*, Vol. 78, (1956), 441
- [26] - R. SIEGEL, E. M. SPARROW AND T. M. HALLMAN, "Steady laminar heat transfer in a circular tube with prescribed wall heat flux", *Appl. Sci. Res. A7*, (1958), 386.
- [27] - W. M. KAYS, "Numerical solutions for laminar flow heat transfer in circular tubes", *Trans. A.S.M.E.*, 58, (1955), 1265.
- [28] - R. G. ECKERT AND R. M. DRAKE JR, "Analysis of heat and mass transfer", Mac Graw Hill, New York. (1972).
- [29] - R. L. PIGFORD, *Chem. ENG. Prog. Symp. Ser.*, 51, 17, (1955), 79.